

# Matematyka. Solidnie od podstaw

## Wymagania edukacyjne niezbędne do otrzymania przez ucznia śródrocznej i rocznej oceny klasyfikacyjnej z matematyki

KLASA 4

ZAKRES ROZSZERZONY

### Wymagania edukacyjne niezbędne do otrzymania przez ucznia śródrocznej oceny klasyfikacyjnej

Przyjmujemy, że uczeń spełnia wymagania na ocenę wyższą, jeśli spełnia jednocześnie wymagania na ocenę niższą oraz dodatkowe wymagania.

*Wymagania na ocenę dopuszczającą.*

*Wymagania na ocenę dostateczną zawierają wymagania na ocenę dopuszczającą.*

*Wymagania na ocenę dobrą zawierają wymagania na ocenę dostateczną i dopuszczającą*

*Wymagania na ocenę bardzo dobrą zawierają wymagania na ocenę dobrą, dostateczną i dopuszczającą*

*Wymagania na ocenę celującą zawierają wymagania na ocenę bardzo dobrą, dobrą, dostateczną i dopuszczającą*

## I. FUNKCJA WYKŁADNICZA

1	Powtórzenie wiadomości o potęgowaniu i funkcji wykładniczej.
2	Funkcja wykładnicza i jej własności
3	Przekształcenia wykresów funkcji wykładniczych
4	Równania wykładnicze
5	Nierówności wykładnicze
6	Zastosowanie funkcji wykładniczej w zadaniach

### Wymagania na ocenę dopuszczającą:

#### Uczeń:

potrafi wykonywać działania na potęgach o wykładniku naturalnym, całkowitym i wymiernym;

zna prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych i stosuje je w obliczeniach;

zna pojęcie pierwiastka arytmetycznego z liczby nieujemnej i potrafi stosować prawa działań na pierwiastkach w obliczeniach;

potrafi obliczać pierwiastki stopnia nieparzystego z liczb ujemnych;

potrafi wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym;

stosuje własności działań na potęgach w rozwiązywaniu zadań

zna definicję funkcji wykładniczej  
potrafi odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji  
potrafi obliczać wartości funkcji dla danych argumentów  
potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw  
potrafi przekształcać wykresy funkcji wykładniczych ( $SOX$ ,  $SOY$ ,  $S(0,0)$ ), przesunięcie równoległe o dany wektor  
potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych stosując przesunięcie równoległe o wektor albo symetrie względem osi układu  
zna pojęcie równania wykładniczego oraz nierówności wykładniczej  
potrafi rozwiązywać algebraicznie i graficznie proste równania oraz nierówności wykładnicze

### **Wymagania na ocenę dostateczną**

potrafi zapisać daną liczbę w postaci potęgi o wskazanej podstawie  
potrafi uprościć wyrażenia zawierające potęgi  
potrafi porównywać potęgi  
potrafi opisać własności funkcji wykładniczej na podstawie jej wykresu  
potrafi wyznaczyć wzór funkcji wykładniczej w oparciu współrzędne punktu/punktów należących do wykresu funkcji  
potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych stosując przesunięcie równoległe o wektor i symetrie względem osi układu (złożenie przekształceń)

### **Wymagania na ocenę dobrą**

sprawnie przekształca wyrażenia algebraiczne zawierające potęgi i pierwiastki;  
sprawnie zamienia pierwiastki arytmetyczne na potęgi o wykładniku wymiernym i odwrotnie;  
sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym;  
potrafi wyłączać wspólną potęgę poza nawias;  
potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych z wartością bezwzględną  
potrafi interpretować graficznie równania wykładnicze z parametrem  
potrafi badać, na podstawie definicji, własności funkcji wykładniczych  
potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o średnim stopniu trudności), w których wykorzystuje wiadomości dotyczące funkcji wykładniczej oraz potęg  
potrafi rozwiązać równania oraz nierówności wykładnicze korzystając z wykresów odpowiednich funkcji wykładniczych  
potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze korzystając z różnowartościowości oraz monotoniczności funkcji  
potrafi rozwiązywać nierówności łączące funkcję wykładniczą oraz inny typ funkcji (np. liniową)  
potrafi wykorzystać funkcję wykładniczą do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym

### **Wymagania na ocenę bardzo dobrą**

potrafi oszacować wartość potęgi o wykładniku rzeczywistym;  
porównywać wyrażenia zawierające pierwiastki;  
potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze stosując metodę podstawiania  
potrafi rozwiązywać układy równań i nierówności wykładniczych  
potrafi stosować wiadomości o funkcji wykładniczej w różnych zadaniach (np., dotyczących ciągów, trygonometrii, itp.)  
potrafi zaznaczyć w układzie współrzędnych zbiory punktów opisane a pomocą nierówności wykładniczych  
potrafi rozwiązywać zadania stosując własności funkcji wykładniczych  
potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze z parametrem;  
potrafi wykorzystać funkcję wykładniczą do rozwiązywania zadań, o podwyższonym stopniu trudności, osadzonych w kontekście praktycznym

### **Wymagania na ocenę celującą**

potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze z parametrem o podwyższonym stopniu trudności;

potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o podwyższonym stopniu trudności), w których wykorzystuje własności funkcji wykładniczych

## II. FUNKCJA LOGARYTMICZNA

1	Funkcja logarytmiczna
2	Przekształcenie wykresów funkcji logarytmicznych
3	Równania logarytmiczne
4	Nierówności logarytmiczne
5	Zastosowanie funkcji wykładniczej i funkcji logarytmicznej do rozwiązywania zadań umieszczonych w kontekście praktycznym

### **Wymagania na ocenę dopuszczającą**

Uczeń:

zna definicję logarytmu i potrafi obliczać logarytmy bezpośrednio z definicji;  
zna pojęcia: podstawa logarytmu, liczba logarytmowana;  
zna pojęcie logarytmu dziesiętnego;  
potrafi podać założenia i zapisać w prostszej postaci wyrażenia zawierające logarytmy  
zna definicję funkcji logarytmicznej;  
potrafi odróżnić funkcję logarytmiczną od innej funkcji;  
potrafi określić dziedzinę funkcji logarytmicznej;  
potrafi szkicować wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw;  
potrafi opisać własności funkcji logarytmicznej na podstawie jej wykresu;  
potrafi przekształcać wykresy funkcji logarytmicznych ( $SOX$ ,  $SOY$ ,  $S(0,0)$ ), przesunięcie równoległe o dany wektor);

### **Wymagania na ocenę dostateczną**

potrafi wykonywać proste działania z wykorzystaniem twierdzenia o: logarytmie iloczynu, logarytmie ilorazu, logarytmie potęgi;  
potrafi zamienić podstawę logarytmu;  
stosuje do obliczeń logarytmu równości wynikające z definicji logarytmu  
zna i potrafi stosować własności logarytmów do obliczania wartości wyrażeń  
potrafi stosować twierdzenie o zmianie podstaw logarytmów do obliczania wartości wyrażeń oraz przekształcania wyrażeń z logarytmami  
wyznacza podstawę logarytmu/liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu  
podaje odpowiednie założenia dla dla podstawy oraz liczby logarytmowanej  
potrafi obliczyć/wyznaczyć przybliżoną wartość logarytmu mając przybliżenie innego logarytmu (np. wyznaczyć  $\log 220$  wiedząc, że  $\log 25 = p$ )  
potrafi wyznaczyć wzór funkcji logarytmicznej gdy dany jest punkt należący do wykresu  
potrafi wyznaczyć zbiór wartości funkcji logarytmicznej o określonej dziedzinie  
potrafi algebraicznie rozwiązywać proste równania oraz nierówności logarytmiczne;  
rozwiązuje zadania tekstowe osadzone w kontekście praktycznym, w których wykorzystuje umiejętność rozwiązywania prostych równań i nierówności wykładniczych oraz logarytmicznych (lokaty bankowe, rozpad substancji promieniotwórczych itp.)  
posługuje się funkcjami wykładniczymi oraz funkcjami logarytmicznymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych itp.

## **Wymagania na ocenę dobrą**

zna i potrafi stosować własności logarytmów w obliczeniach;  
rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem definicji logarytmu  
potrafi przekształcić wyrażenia z logarytmami;  
potrafi stosować twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu  
i potęgi do udowadniania równości wyrażeń  
potrafi graficznie rozwiązywać równania, nierówności układy równań z zastosowaniem wykresów funkcji logarytmicznych;  
potrafi wykorzystać własności funkcji logarytmicznej  
do rozwiązywania zadań różnego typu  
potrafi wykorzystać funkcję logarytmiczną do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym  
potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o średnim stopniu trudności), w których wykorzystuje wiadomości dotyczące funkcji logarytmicznej  
potrafi rozwiązać równania oraz nierówności logarytmiczne korzystając z wykresów odpowiednich funkcji logarytmicznych  
potrafi rozwiązywać nierówności łączące funkcję logarytmiczną oraz inny typ funkcji (np. liniową)  
potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o średnim stopniu trudności), w których wykorzystuje wiadomości dotyczące funkcji logarytmicznej  
potrafi szkicować wykresy funkcji logarytmicznych z wartością bezwzględną  
potrafi rozwiązywać równania i nierówności logarytmiczne  
z wartością bezwzględną  
potrafi rozwiązywać układy równań i nierówności logarytmicznych  
potrafi rozwiązywać równania wykładniczo-potęgowo-logarytmiczne

## **Wymagania na ocenę bardzo dobrą**

potrafi zapisywać wyrażenia z logarytmami z postaci jednego logarytmu;  
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem poznanych twierdzeń;  
potrafi udowodnić twierdzenia o logarytmach, twierdzenie  
o zamianie podstaw logarytmów  
potrafi wykorzystać własności funkcji logarytmicznej  
do rozwiązywania zadań z parametrem  
potrafi wykorzystać funkcję logarytmiczną do rozwiązywania zadań, o podwyższonym stopniu trudności, osadzonych  
w kontekście praktycznym  
potrafi prowadzić dowody opierające się o twierdzenie o zmianie podstaw logarytmów  
potrafi interpretować graficznie równania logarytmiczne  
z parametrem  
potrafi stosować wiadomości o funkcji logarytmicznej w różnych zadaniach (np., dotyczących ciągów, trygonometrii, itp.  
potrafi zaznaczyć w układzie współrzędnych zbiory punktów opisane a pomocą nierówności logarytmicznych  
potrafi rozwiązywać zadania o [podwyższonym stopniu trudności stosując własności funkcji logarytmicznych oraz  
poznane twierdzenia  
potrafi rozwiązywać równania i nierówności logarytmiczne z parametrem;  
potrafi rozwiązywać równania i nierówności logarytmiczne wprowadzając zmienną pomocniczą;  
potrafi naszkicować zbiór punktów płaszczyzny spełniających dane równanie lub nierówność z dwiema niewiadomymi,  
w których występują logarytmy

## **Wymagania na ocenę celującą**

potrafi wykorzystać pojęcie logarytmu w zadaniach praktycznych.  
potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym z zastosowaniem własności logarytmów;  
potrafi rozwiązywać równania i nierówności logarytmiczne z parametrem;  
potrafi udowodnić niewymierność logarytmu (np.  $\log_2 3$ )  
potrafi w dowodach o podwyższonym stopniu trudności korzystać z twierdzeń i własności funkcji logarytmicznej

### III. ELEMENTY STATYSTYKI

1	Sposoby prezentowania danych zebranych w wyniku obserwacji statystycznej
2	Średnia z próby
3	Mediana z próby i moda z próby. Skala centylowa
4	Wariancja i odchylenie standardowe

#### **Wymagania na ocenę dopuszczającą**

*zna podstawowe pojęcia statystyki opisowej: obserwacja statystyczna, populacja generalna, próba, liczebność próby, cecha statystyczna (mierzalna, niemierzalna)*

*zna i rozumie pojęcie skali centylowej*

*zna i rozumie pojęcie średniej arytmetycznej, średniej ważonej, wariancji i odchylenia standardowego, potrafi odczytywać dane statystyczne z tabel, diagramów*

*i wykresów*

*potrafi przedstawiać dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów;*

*potrafi interpretować wymienione wyżej parametry statystyczne.*

*potrafi policzyć średnią arytmetyczną zestawu danych*

*wyznacza medianę i dominantę zestawu danych*

*potrafi obliczyć wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych*

*potrafi obliczyć średnią ważoną zestawu liczb z podanymi wagami*

#### **Wymagania na ocenę dostateczną**

*potrafi interpretować dane statystyczne odczytane z tabel, diagramów i wykresów*

*potrafi określać zależności między odczytanymi danymi;*

*potrafi interpretować średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę i odchylenie standardowe*

*wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną*

*wykorzystuje w zadaniach medianę i dominantę*

*potrafi korzystać ze skali centylowej*

*wyznacza modę i medianę danych przedstawionych diagramami*

*wyznacza modę i medianę pogrupowanych danych*

*potrafi obliczyć wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych różnymi sposobami*

*stosuje w zadaniach średnią ważoną*

#### **Wymagania na ocenę dobrą**

*potrafi rozwiązywać zadania ze statystyki opisowej o średnim stopniu trudności.*

*oblicza średnią arytmetyczną danych przedstawionych w niestandardowy sposób*

*oblicza odchylenie standardowe i wariancję danych przedstawionych w niestandardowy sposób*

*rozwiązuje nietypowe zadania w których występuje średnia ważona*

*potrafi interpretować dane statystyczne, ze szczególnym uwzględnieniem miar rozrzutu oraz skali centylowej*

#### **Wymagania na ocenę bardzo dobrą**

*potrafi stosować wiadomości ze statystyki w różnych nietypowych zadaniach*

*wykorzystuje w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności pojęcia statystyczne*

#### **Wymagania na ocenę celującą**

*Wykonuje zadania o podwyższonym stopniu trudności*

## IV. RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA

1	Doświadczenie losowe
2	Zdarzenia. Działania na zdarzeniach
3	Określenie prawdopodobieństwa
4	Prawdopodobieństwo klasyczne
5	Doświadczenie losowe wieloetapowe
6	Prawdopodobieństwo warunkowe
7	Twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym. Wzór Bayesa
8	Niezależność zdarzeń
9	Schemat Bernoulliego
10	Zmienna losowa. Wartość oczekiwana zmiennej losowej

### **Wymagania na ocenę dopuszczającą**

zna terminy: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, przestrzeń zdarzeń elementarnych, zdarzenie, zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe, zdarzenia wykluczające się;  
potrafi określić zbiór wszystkich zdarzeń danego doświadczenia losowego, obliczyć jego moc oraz obliczyć liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu;  
zna pojęcie zdarzenia niemożliwego i pewnego; potrafi podać przykłady takich zdarzeń  
potrafi stosować klasyczną definicję prawdopodobieństwa w rozwiązaniach zadań;  
zna i rozumie aksjomatyczną definicję prawdopodobieństwa  
umie obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego  
zna definicję prawdopodobieństwa warunkowego  
potrafi podać pary zdarzeń przeciwnych i wykluczających się  
zna wzór na prawdopodobieństwo całkowite  
potrafi sprawdzić, czy są spełnione założenia twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym  
wie, jakie zdarzenia nazywamy niezależnymi; potrafi zbadać, postępując się definicją, czy dwa zdarzenia są niezależne;

### **Wymagania na ocenę dostateczną**

wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń  
potrafi zastosować twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń  
potrafi sprawdzić, czy zdarzenia się wykluczają  
potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące niezależności zdarzeń.  
zna własności prawdopodobieństwa i umie je stosować  
w rozwiązaniach prostych zadań;  
zna określenie prawdopodobieństwa warunkowego i umie rozwiązywać proste zadania dotyczące takiego prawdopodobieństwa;  
rozwiązuje proste zadania za pomocą drzewa stochastycznego;  
wykorzystuje regułę mnożenia, dodawania, permutacje i kombinacje do obliczania prawdopodobieństwa zdarzeń  
w prostych zadaniach  
potrafi zastosować prawdopodobieństwo całkowite  
w rozwiązaniu prostych zadań;  
zna wzór Bayesa  
potrafi rozwiązywać zadania w których występują zdarzenia niezależne  
potrafi podać rozkład zmiennej losowej  
zna wzór Bernoulliego i oblicza prawdopodobieństwo sukcesu  
i porażki w pojedynczej próbie Bernoulliego

## **Wymagania na ocenę dobrą**

*umie udowodnić własności prawdopodobieństwa;*

*umie stosować własności prawdopodobieństwa do rozwiązywania zadań „teoretycznych”;*

*rozwiązuje zadania z rachunku prawdopodobieństwa o średnim stopniu trudności*

*potrafi obliczać prawdopodobieństwo całkowite zdarzeń*

*potrafi stosować wzór Bayesa;*

*wie i rozumie na czym polega niezależność  $n$  zdarzeń ( $n \geq 2$ ).*

*Wykorzystuje regułę mnożenia, dodawania, permutacje*

*i kombinacje do obliczania prawdopodobieństwa zdarzeń w zadaniach o średnim stopniu trudności*

*stosuje wzór na prawdopodobieństwo warunkowe do wyznaczania prawdopodobieństwa sumy, iloczynu i różnicy zdarzeń*

*stosuje wzór Bernoulliego do obliczania prawdopodobieństwa*

*k sukcesów w  $n$  próbach*

*oblicza wartość oczekiwaną zmiennej losowej i potrafi określić, czy gra jest sprawiedliwa*

## **Wymagania na ocenę bardzo dobrą**

*stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń*

*stosuje wzór do Bayesa do obliczania prawdopodobieństwa przyczyny*

*oblicza prawdopodobieństwo w doświadczeniach wieloetapowych*

*wykorzystuje wzór Bernoulliego do obliczania prawdopodobieństwa co najmniej  $k$  sukcesów w  $n$  próbach*

*rozwiązuje zadania z rachunku prawdopodobieństwa*

*o podwyższonym stopniu trudności*

*prowadzi dowody wykorzystujące własności prawdopodobieństwa i poznane wzory*

## **Wymagania na ocenę celującą**

*potrafi udowodnić, że prawdopodobieństwo warunkowe spełnia warunki aksjomatycznej definicji prawdopodobieństwa;*

*potrafi udowodnić wzór na prawdopodobieństwo całkowite*

*udowadnia wzór Bayesa*

*potrafi rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa.*

## V. Powtórka przed maturą.

1	Zbiory liczbowe. Liczby rzeczywiste
2	Wyrażenia algebraiczne
3	Funkcja i jej własności
4	Funkcja liniowa
5	Układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi
6	Geometria płaska
7	Trygonometria
8	Przekształcenia wykresów funkcji
9	Równania i nierówności z wartością bezwzględną
10	Funkcja kwadratowa
11	Geometria analityczna
12	Wielomiany
13	Ułamki algebraiczne. Równania i nierówności wymierne. Funkcje wymierne
14	Ciągi
15	Kombinatoryka. Dwumian Newtona. Trójkąt Pascala
16	Elementy analizy matematycznej

### ***Wymagania na ocenę dopuszczającą***

1	Zbiory liczbowe. Liczby rzeczywiste
---	-------------------------------------

Uczeń:

#### **ZBIORY**

zna takie pojęcia, jak: zbiór pusty, zbiory równe, podzbiór zbioru, zbiór skończony, nieskończony;  
zna symbolikę matematyczną dotyczącą zbiorów (należy/nie należy, zawiera się);  
potrafi podać przykłady zbiorów (w tym przykłady zbiorów skończonych oraz nieskończonych);  
potrafi określić relację pomiędzy elementem i zbiorem;  
zna definicję sumy, iloczynu, różnicy zbiorów;  
potrafi wyznaczać sumę, iloczyn i różnicę zbiorów skończonych;

#### **ZBIORY LICZBOWE**

zna symboliczne oznaczenia zbiorów liczbowych;  
potrafi wyznaczyć sumę, różnicę oraz część wspólną podzbiorów zbioru liczb rzeczywistych:  $N$ ,  $Z$ ,  $Q$ ,  $R-Q$ ;  
zna pojęcia: liczby naturalnej, całkowitej, wymiernej, niewymiernej;  
potrafi rozróżniać liczby naturalne, całkowite, wymierne, niewymierne;  
potrafi przedstawić liczbę wymierną w postaci ułamka zwykłego i w postaci rozwinięcia dziesiętnego;  
potrafi zaznaczać liczby wymierne na osi liczbowej;  
zna definicję wartości bezwzględnej;  
umie obliczyć wartość bezwzględną liczby;  
potrafi wskazać liczby pierwsze i liczby złożone;  
zna i potrafi stosować cechy podzielności liczb naturalnych (przez 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10);  
potrafi rozłożyć liczbę naturalną na czynniki pierwsze;



potrafi wyznaczyć największy wspólny dzielnik i najmniejszą wspólną wielokrotność liczb naturalnych;  
potrafi wykonać dzielenie z resztą w zbiorze liczb naturalnych;  
zna definicję liczby całkowitej parzystej oraz nieparzystej;  
potrafi sprawnie wykonywać działania na ułamkach zwykłych i na ułamkach dziesiętnych;  
zna i stosuje w obliczeniach kolejność działań i prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych;  
potrafi porównywać liczby rzeczywiste;  
potrafi podać liczbę przeciwną oraz odwrotną do danej;

## PRZEDZIAŁY

rozumie pojęcie przedziału;  
rozpoznaje przedziały ograniczone i nieograniczone;  
zna i rozumie pojęcie przedziału otwartego i domkniętego;  
potrafi zapisać za pomocą przedziałów zbiory opisane nierównościami;  
potrafi zaznaczyć na osi liczbowej podany przedział liczbowy;

## RÓWNANIA-NIERÓWNOŚCI

Wie, co to jest równanie z jedną niewiadomą i potrafi rozwiązać proste równania typu  $2x+3=7$ ;  
wie, co to jest nierówność z jedną niewiadomą i potrafi rozwiązać proste nierówności typu  $2x+3<7$ ;  
zna definicję rozwiązywania równania (nierówności) z jedną niewiadomą;

## PROCENT

*potrafi obliczyć procent danej liczby, a także wyznaczyć liczbę, gdy dany jest jej procent;*  
*potrafi obliczyć, jakim procentem danej liczby jest druga dana liczba;*  
*potrafi określić, o ile procent dana wielkość jest większa (mniejsza) od innej wielkości;*  
*potrafi posługiwać się procentem w prostych zadaniach tekstowych (w tym wzrosty i spadki cen, podatki, kredyty i lokaty);*  
*rozumie pojęcie punktu procentowego i potrafi się nim posługiwać;*

## 2 Wyrażenia algebraiczne

### WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE

zna pojęcia: jednomianu, jednomianów podobnych, wyrażenia algebraicznego;  
rozumie zasadę redukowania wyrazów podobnych;  
potrafi dodawać i odejmować sumy algebraiczne;  
potrafi mnożyć sumy algebraiczne przez jednomiany;  
obliczać wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych;  
sprowadza wyrażenia algebraiczne do najprostszej postaci i oblicza ich wartości dla podanych wartości zmiennych;  
potrafi wyłączać wspólny czynnik z różnych wyrażeń;  
zna i w prostych przypadkach posługuje się wzorami skróconego mnożenia

### POTĘGI I PIERWIĄTKI

potrafi wykonywać działania na potęgach o wykładniku naturalnym, całkowitym i wymiernym;  
zna prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych i stosuje je w obliczeniach;  
zna pojęcie pierwiastka arytmetycznego z liczby nieujemnej i potrafi stosować prawa działań na pierwiastkach w obliczeniach;  
potrafi obliczać pierwiastki stopnia nieparzystego z liczb ujemnych;  
usunąć niewymierność z mianownika, który jest sumą lub różnicą zawierającą w zapisie pierwiastek kwadratowy;

### LOGIKA

potrafi dowodzić proste twierdzenia;  
potrafi odróżnić zdanie logiczne od innej wypowiedzi;  
umie określić wartość logiczną zdania prostego;  
zna pojęcia kwantyfikatora ogólnego i kwantyfikatora szczegółowego;  
potrafi uzasadnić fałsz zdania prostego poprzedzonego kwantyfikatorem ogólnym (podać kontrprzykład);  
potrafi zanegować zdanie proste i określić wartość logiczną zdania zanegowanego;

### ŚREDNIE

*potrafi wyznaczyć ze wzoru wskazaną zmienną;*

zna pojęcie średniej arytmetycznej liczb oraz potrafi obliczyć te średnie dla podanych liczb;  
zna pojęcie średniej arytmetycznej, średniej ważonej i średniej geometrycznej liczb oraz potrafi obliczyć te średnie dla podanych liczb;

## LOGARYTMY

zna definicję logarytmu i potrafi obliczać logarytmy bezpośrednio z definicji;  
zna pojęcia: podstawa logarytmu, liczba logarytmowana;  
zna pojęcie logarytmu dziesiętnego;  
zna i rozumie twierdzenia o: logarytmie iloczynu, logarytmie ilorazu, logarytmie potęgi, zamianie podstawy logarytmu;

### 3 Funkcja i jej własności

Uczeń:

potrafi odróżnić funkcję od innych przyporządkowań;  
potrafi podać przykład funkcji;  
potrafi opisywać funkcje na różne sposoby: wzorem, tabelką, grafem, opisem słownym;  
potrafi naszkicować wykres funkcji liczbowej określonej słownie, grafem, tabelką, wzorem;  
potrafi odróżnić wykres funkcji od krzywej, która wykresem funkcji nie jest;  
potrafi określić dziedzinę funkcji liczbowej danej wzorem (w prostych przypadkach);  
potrafi obliczyć miejsce zerowe funkcji liczbowej (w prostych przypadkach);  
potrafi obliczyć wartość funkcji liczbowej dla danego argumentu, a także obliczyć argument funkcji, gdy dana jest jej wartość;  
potrafi określić zbiór wartości funkcji w prostych przypadkach (np. w przypadku, gdy dziedzina funkcji jest zbiorem skończonym);  
potrafi w prostych przypadkach (wykres ciągły) na podstawie wykresu funkcji liczbowej odczytać jej własności, takie jak:  
a) dziedzina funkcji  
b) zbiór wartości funkcji  
c) miejsce zerowe funkcji  
d) argument funkcji, gdy dana jest wartość funkcji  
e) wartość funkcji dla danego argumentu  
f) przedziały, w których funkcja jest rosnąca, malejąca, stała  
g) zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne,  
h) najmniejszą oraz największą wartość funkcji;

### 4 Funkcja liniowa

Uczeń:

wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi nazywamy proporcjonalnością prostą;  
potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności;  
rozwiązuje zadania tekstowe z zastosowaniem proporcjonalności prostej;  
zna pojęcie i wzór funkcji liniowej;  
potrafi interpretować współczynniki we wzorze funkcji liniowej (monotoniczność, położenie wykresu funkcji liniowej w ćwiartkach układu współrzędnych, zależność współrzędnych punktu przecięcia wykresu z osią  $y$  od współczynnika  $b$ );  
potrafi sporządzić wykres funkcji liniowej danej wzorem;  
potrafi wyznaczyć algebraicznie i graficznie zbiór tych argumentów, dla których funkcja liniowa przyjmuje wartości dodatnie (ujemne, niedodatnie, nieujemne);  
potrafi sprawdzić algebraicznie, czy punkt o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji liniowej;  
potrafi podać własności funkcji liniowej na podstawie wykresu tej funkcji;  
zna twierdzenie o współczynniku kierunkowym (wzór);  
potrafi znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach;  
potrafi napisać wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie;  
potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych;

## 5 Układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi

Uczeń:

- zna pojęcie równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;
- wie, że wykresem równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi jest prosta;
- zna pojęcie układu dwóch równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;
- zna rozumie pojęcie układu równań liniowych z dwiema niewiadomymi;
- zna metody rozwiązywania układów równań liniowych: podstawiania i przeciwnych współczynników;
- potrafi rozwiązywać algebraicznie (metodą przez podstawienie oraz metodą przeciwnych współczynników) układy dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi;
- potrafi sprawdzić, czy dana para liczb jest rozwiązaniem układu równań liniowych;
- zna pojęcia: układ oznaczony, nieoznaczony, sprzeczny i umie podać ich interpretację geometryczną;

## 6 Geometria płaska

Uczeń:

- zna figury podstawowe (punkt, prosta, płaszczyzna, przestrzeń) i potrafi zapisać relacje między nimi;
- zna pojęcie figury wypukłej i wklęsłej; potrafi podać przykłady takich figur;
- zna pojęcie figury ograniczonej i figury nieograniczonej, potrafi podać przykłady takich figur;
- zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów;
- zna określenie kąta i podział kątów ze względu na ich miarę;
- zna pojęcie kątów przyległych i kątów wierzchołkowych oraz potrafi zastosować własności tych kątów w rozwiązywaniu prostych zadań;
- umie określić położenie prostych na płaszczyźnie;
- rozumie pojęcie odległości, umie wyznaczyć odległość dwóch punktów, punktu od prostej;
- zna pojęcie dwusiecznej kąta i symetralnej odcinka, potrafi zastosować własność dwusiecznej kąta oraz symetralnej odcinka w rozwiązywaniu prostych zadań,
- umie skonstruować dwusieczną danego kąta i symetralną danego odcinka;
- zna własności kątów utworzonych między dwiema prostymi równoległymi, przeciętymi trzecią prostą i umie zastosować je w rozwiązywaniu prostych zadań;
- potrafi uzasadnić równoległość dwóch prostych, znajdując równe kąty odpowiadające;
- potrafi obliczyć sumę miar kątów w wielokącie;
- wie, ile wynosi suma miar kątów w trójkącie;
- zna warunek na długość odcinków, z których można zbudować trójkąt;
  
- zna twierdzenie dotyczące odcinka łączącego środki dwóch boków trójkąta i potrafi je zastosować w rozwiązywaniu prostych zadań;
- zna twierdzenie Pitagorasa i umie je zastosować w rozwiązywaniu prostych zadań;
- zna twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa i wykorzystuje je do sprawdzenia, czy dany trójkąt jest prostokątny;
- zna twierdzenie Talesa do obliczania długości odcinka w prostych zadaniach;
- zna podział trójkątów ze względu na boki i kąty;
- umie narysować wysokości w trójkącie i wie, że wysokości (lub ich przedłużenia) przecinają się w jednym punkcie – ortocentrum;
- zna definicję koła i okręgu, poprawnie posługuje się terminami: promień, środek okręgu, cięciwa, średnica, łuk okręgu;
- potrafi określić wzajemne położenie prostej i okręgu, podaje poprawnie nazwy siecznej i stycznej;
- zna definicję stycznej do okręgu;
- zna twierdzenie o stycznej do okręgu;
- zna twierdzenie o odcinkach stycznych;
- umie określić wzajemne położenie dwóch okręgów;
- posługuje się terminami: kąt wpisany w koło, kąt środkowy koła;
- zna twierdzenie o stycznej i siecznej;
- zna twierdzenie o cięciwach;
- zna pojęcia okręgu opisanego na trójkącie i okręgu wpisanego w trójkąt;
- potrafi opisać okrąg na trójkącie i wpisać okrąg w trójkąt;
- rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie (prostokątny i równoboczny);
- oblicza promień okręgu opisanego na wielokącie foremnym i wpisanego w wielokąt foremny w prostych przypadkach;
- zna twierdzenie sinusów;
- zna twierdzenie cosinusów;
- rozumie pojęcie pola figury; zna wzór na pole kwadratu i pole prostokąta;
- zna co najmniej 4 wzory na pola trójkąta;
- potrafi obliczyć wysokość trójkąta, korzystając ze wzoru na pole;

zna twierdzenie o polach figur podobnych;  
zna wzór na pole koła i pole wycinka koła;  
wie, że pole wycinka koła jest wprost proporcjonalne do miary odpowiadającego mu kąta środkowego koła i jest wprost proporcjonalne do długości odpowiadającego mu łuku okręgu oraz umie zastosować tę wiedzę przy rozwiązywaniu prostych zadań  
potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na pole trójkąta i poznane wcześniej twierdzenia;  
potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie;  
umie zastosować wzory na pole koła i pole wycinka koła przy rozwiązywaniu prostych zadań;

zna podział czworokątów;  
potrafi wyróżnić wśród trapezów: trapezy prostokątne i trapezy równoramienne; poprawnie posługuje się takimi określeniami, jak: podstawa, ramię, wysokość trapezu;  
wie, że suma kątów przy każdym ramieniu trapezu jest równa  $180^\circ$  i umie tę własność wykorzystać w rozwiązywaniu prostych zadań;  
zna twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu ;  
potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące własności trapezów;  
zna podstawowe własności równoległoboków i umie je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań;  
wie, jakie własności ma romb;  
zna własności prostokąta i kwadratu;  
wie, co to są trapezoidy, potrafi podać przykłady takich figur;  
zna własności deltoidu;  
rozumie, co to znaczy, że czworokąt jest wpisany w okrąg, czworokąt jest opisany na okręgu;  
zna warunki, jakie musi spełniać czworokąt, aby można było okrąg wpisać w czworokąt oraz aby można było okrąg opisać na czworokącie; potrafi zastosować te warunki w rozwiązywaniu prostych zadań;  
potrafi wymienić nazwy czworokątów, w które można wpisać, i nazwy czworokątów, na których można opisać okrąg;  
zna i rozumie definicję podobieństwa;  
potrafi wskazać figury podobne;

zna twierdzenie sinusów;  
zna twierdzenie cosinusów;  
rozumie pojęcie pola figury; zna wzór na pole kwadratu i pole prostokąta;  
zna co najmniej 4 wzory na pola trójkąta;  
potrafi obliczyć wysokość trójkąta, korzystając ze wzoru na pole;  
zna twierdzenie o polach figur podobnych;  
zna wzór na pole koła i pole wycinka koła;  
wie, że pole wycinka koła jest wprost proporcjonalne do miary odpowiadającego mu kąta środkowego koła i jest wprost proporcjonalne do długości odpowiadającego mu łuku okręgu oraz umie zastosować tę wiedzę przy rozwiązywaniu prostych zadań  
potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na pole trójkąta i poznane wcześniej twierdzenia;  
potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie;  
umie zastosować wzory na pole koła i pole wycinka koła przy rozwiązywaniu prostych zadań;  
potrafi zastosować wzory na pole kwadratu i prostokąta w rozwiązaniach prostych zadań;  
zna wzory na pole równoległoboku;  
zna wzory na pole rombu;  
potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące rombów, wykorzystując wzory na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia;  
zna wzór na pole trapezu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trapezów, wykorzystując wzór na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia;  
potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące równoległoboków, wykorzystując wzory na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia;

## 7 Trygonometria

### Uczeń:

zna definicje funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym;  
potrafi obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków;  
potrafi korzystać z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora);

potrafi rozwiązywać trójkąty prostokątne;  
 zna wartości funkcji trygonometrycznych kątów o miarach  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ;  
 w prostych przypadkach potrafi obliczać wartości wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne kątów o miarach  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ;  
 zna zależności między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta;  
 zna definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta;  
 potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na drugim ramieniu kąta  
 zna tożsamości i związki pomiędzy funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta;  
 wie co to jest miara łukowa kąta;  
 potrafi zamieniać stopnie na radiany i radiany na stopnie  
 zna definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta;  
 umie podać znaki wartości funkcji trygonometrycznych w poszczególnych ćwiartkach;  
 potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na drugim ramieniu kąta  
 zna tożsamości i związki pomiędzy funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta;  
 zna wzory redukcyjne;  
 potrafi naszkicować wykres funkcji  $y = \sin x$  i omówić jej własności;  
 potrafi naszkicować wykres funkcji  $y = \cos x$  i omówić jej własności;  
 potrafi naszkicować wykres funkcji  $y = \operatorname{tg} x$  i omówić jej własności;  
 potrafi naszkicować wykres funkcji  $y = \operatorname{ctg} x$  i omówić jej własności;  
 potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując takie przekształcenia, jak: symetria osiowa względem osi OX, symetria osiowa względem osi OY, symetria środkowa, względem punktu  $(0, 0)$ , przesunięcie równoległe o dany wektor)  
 zna wzory na sinus i cosinus sumy/różnicy kątów i potrafi je stosować do rozwiązywania prostych zadań;  
 potrafi stosować wzory na sumę/różnicę funkcji trygonometrycznych  
 zna granice funkcji  $\sin x/x$  przy  $x$  dążącym do 0  
 zna wzory na pochodne funkcji trygonometrycznych i umie je stosować  
 potrafi rozwiązywać proste równania trygonometryczne

## 8 Przekształcenia wykresów funkcji

zna określenie wektora i potrafi podać jego cechy;  
 potrafi obliczyć współrzędne wektora, mając dane współrzędne początku i końca wektora  
 potrafi wyznaczyć długość wektora (odległość między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej)  
 zna określenie wektorów równych i wektorów przeciwnych  
 potrafi wykonywać działania na wektorach: dodawanie, odejmowanie oraz mnożenie przez liczbę (analitycznie)  
 potrafi podać współrzędne punktu, który jest obrazem danego punktu w symetrii osiowej względem osi OX oraz osi OY  
 potrafi podać współrzędne punktu, który jest obrazem danego punktu w symetrii środkowej względem punktu  $(0,0)$   
 potrafi narysować wykres funkcji  $y = f(x) + q$ ,  $y = f(x - p)$ ,  
 $y = f(x - p) + q$ ,  $y = -f(x)$ ,  $y = f(-x)$  oraz  $y = -f(-x)$  w przypadku, gdy dany jest wykres funkcji  $y = f(x)$

## 9 Równania i nierówności z wartością bezwzględną

zna definicję wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej i jej interpretację geometryczną  
 potrafi obliczyć wartość bezwzględną liczby  
 umie zapisać i obliczyć odległość na osi liczbowej między dwoma dowolnymi punktami  
 rozwiązuje proste równania i nierówności z wartością bezwzględną typu  $|x - a| = b$ ,  $|x - a| < 0$ ,  $|x - a| > 0$ ,  $|x - a| \leq 0$ ,  
 $|x - a| \geq 0$ ;  
 zaznacza na osi liczbowej liczby o danej wartości bezwzględnej

## 10 Funkcja kwadratowa

### Uczeń:

potrafi naszkicować wykres funkcji kwadratowej określonej wzorem  $y = ax^2$ , gdzie  $a \neq 0$ , oraz omówić jej własności na

podstawie wykresu;

zna wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej i kanonicznej;

potrafi, bez użycia wzorów w wybranych przypadkach, obliczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej lub uzasadnić, że funkcja kwadratowa nie ma miejsc zerowych;

potrafi obliczyć współrzędne wierzchołka paraboli na podstawie poznanego wzoru oraz na podstawie znajomości miejsc zerowych funkcji kwadratowej;

potrafi na podstawie wykresu podać własności funkcji kwadratowej oraz odczytać zbiór tych argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie czy ujemne;

zna wzór funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej  $y = a(x - x_1)(x - x_2)$ , gdzie  $a \neq 0$

zna wzory pozwalające obliczyć: wyróżnik funkcji kwadratowej, współrzędne wierzchołka paraboli, miejsca zerowe funkcji kwadratowej (o ile istnieją)

odczytuje wartości pierwiastków na podstawie postaci iloczynowej

potrafi obliczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej lub uzasadnić, że funkcja kwadratowa nie ma miejsc zerowych;

potrafi zamieniać wzór funkcji kwadratowej (wzór w postaci kanonicznej na wzór w postaci ogólnej i odwrotnie, wzór w postaci iloczynowej na wzór w postaci kanonicznej itp.)

interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, w postaci ogólnej i w postaci iloczynowej (o ile istnieje)

potrafi naszkicować wykres dowolnej funkcji kwadratowej, korzystając z jej wzoru;

potrafi na podstawie wykresu funkcji kwadratowej omówić jej własności;

potrafi algebraicznie rozwiązywać równania kwadratowe z jedną niewiadomą;

potrafi graficznie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą;

rozwiązuje algebraicznie nierówność kwadratową, jeżeli  $\Delta > 0$

zna wzory Viete'a

potrafi rozwiązywać proste zadania z zastosowaniem wzorów Viete'a (np. warunki zadania)

## 11 Geometria analityczna

potrafi obliczyć długość i środek odcinka, znając współrzędne jego końców

zna definicję równania kierunkowego prostej oraz znaczenie współczynników występujących w tym równaniu (w tym również związek z kątem nachylenia prostej do osi OX);

zna definicję równania ogólnego prostej;

potrafi napisać równanie ogólne prostej przechodzącej przez dwa punkty;

zna warunek równoległości oraz prostopadłości prostych danych równaniami kierunkowymi/ogólnymi;

rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej i zredukowanej;

potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci kanonicznej do zredukowanej;

potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu;

potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu;

umie sprawdzić czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej oraz zredukowanej;

potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg;

potrafi napisać równanie kierunkowe prostej przechodzącej przez dane dwa punkty (o różnych odciętych);

potrafi stosować warunek równoległości oraz prostopadłości prostych opisanych równaniami kierunkowymi do wyznaczenia równania prostej równoległej/prostopadłej i przechodzącej przez dany punkt;

zna i umie stosować pojęcia wektorów równych i przeciwnych

potrafi wyznaczyć współrzędne początku/końca wektora mając dane jego współrzędne

zna definicję kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory

zna i potrafi stosować w zadaniach, wzór na odległość punktu od prostej

zna wzór na pole trójkąta gdy dane są jego wierzchołki

potrafi obliczyć odległość między dwiema prostymi równoległymi

rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej i zredukowanej;

potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu;  
 potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu;  
 umie sprawdzić czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej oraz zredukowanej;  
 potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg;  
 zna pojęcie stycznej, siecznej i prostej rozłącznej do okręgu  
 potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów (lub stwierdzić, że okręgi nie przecinają się), gdy znane są równania tych okręgów;  
 potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych;  
 potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów (lub stwierdzić, że okręgi nie przecinają się), gdy znane są równania tych okręgów;

## 12 Wielomiany

zna pojęcie jednomianu jednej zmiennej;  
 potrafi wskazać jednomiany podobne;  
 potrafi rozpoznać wielomian jednej zmiennej rzeczywistej;  
 potrafi uporządkować wielomian (malejąco lub rosnąco);  
 potrafi określić stopień wielomianu jednej zmiennej;  
 potrafi podać przykład wielomianu uporządkowanego, określonego stopnia  
 potrafi obliczyć wartość wielomianu dla danego argumentu;  
 potrafi obliczyć wartość wielomianu dla danej wartości zmiennej;  
 potrafi wykonać dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów;  
 rozumie pojęcie wielomianów równych i potrafi podać przykłady takich wielomianów;  
 zna następujące wzory skróconego mnożenia:

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

zna wzór  $a^n - b^n$

potrafi podzielić wielomian przez dwumian  
 potrafi sprawdzić czy podana liczba jest pierwiastkiem wielomianu  
 potrafi określić krotność pierwiastka wielomianu;  
 zna twierdzenie Bezouta;  
 zna twierdzenie o reszcie;  
 potrafi rozłożyć wielomian na czynniki poprzez wyłączenie wspólnego czynnika poza nawias, zastosowanie wzorów skróconego mnożenia, zastosowanie metody grupowania wyrazów;  
 rozwiązuje równania wielomianowe postaci  $W(x) = 0$  dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej

## 13 Ułamki algebraiczne. Równania i nierówności wymierne. Funkcje wymierne

zna pojęcie ułamka algebraicznego jednej zmiennej  
 potrafi wyznaczyć dziedzinę ułamka algebraicznego  
 potrafi podać przykład ułamka algebraicznego o zadanej dziedzinie  
 potrafi wykonywać działania na ułamkach algebraicznych, takie jak: skracanie ułamków, rozszerzanie ułamków, dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie ułamków algebraicznych, określając warunki wykonalności tych działań  
 potrafi wykonywać działania łączne na ułamkach algebraicznych  
 zna definicję równania wymiernego  
 potrafi rozwiązywać proste równania wymierne  
 zna definicję nierówności wymiernej  
 potrafi rozwiązywać proste nierówności wymierne  
 wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi, nazywamy proporcjonalnością odwrotną potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności  
 wyznacza równania osi symetrii oraz współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej danym równaniem  
 zna definicję funkcji wymiernej

potrafi określić dziedzinę funkcji wymiernej

zna definicję funkcji homograficznej  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ , gdzie  $c \neq 0$  i  $ad - cb \neq 0$

potrafi przekształcić wzór funkcji  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ , gdzie  $c \neq 0$  i  $ad - cb \neq 0$  do postaci  $y = \frac{k}{x-p} + q$

potrafi naszkicować wzór funkcji  $y = \frac{k}{x-p} + q$

potrafi obliczyć miejsce zerowe funkcji homograficznej oraz współrzędne punktu wspólnego wykresu funkcji i osi OY

potrafi wyznaczyć przedziały monotoniczności funkcji  $y = \frac{k}{x-p} + q$

## 14 Ciągi

zna definicję ciągu (ciągu liczbowego)

potrafi wyznaczyć dowolny wyraz ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym

wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych

potrafi narysować wykres ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym

potrafi podać przykłady ciągów liczbowych monotonicznych

zna definicję ciągu arytmetycznego

potrafi podać przykłady ciągów arytmetycznych;

potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest arytmetyczny

wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dany pierwszy wyraz i różnicę

zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu arytmetycznego;

zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;

zna definicję ciągu geometrycznego;

potrafi podać przykłady ciągów geometrycznych

potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest geometryczny;

wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz

zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu geometrycznego;

zna i potrafi stosować wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;

potrafi stosować procent prosty i składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów;

oblicza wysokość kapitału przy różnym okresie kapitalizacji

rozumie intuicyjnie pojęcie granicy ciągu liczbowego zbieżnego;

zna i potrafi stosować twierdzenie o działaniach arytmetycznych na granicach ciągów zbieżnych;

potrafi obliczyć granicę ciągu liczbowego (proste przykłady);

potrafi odróżnić ciąg geometryczny od szeregu geometrycznego;

zna warunek na zbieżność szeregu geometrycznego i wzór na sumę szeregu;

sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny

bada w prostych przypadkach czy ciąg liczbowy jest rosnący czy malejący

potrafi wykorzystać średnią arytmetyczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu arytmetycznego

potrafi wykorzystać średnią geometryczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu geometrycznego

## 15 Kombinatoryka. Dwumian Newtona. Trójkąt Pascala

zna regułę dodawania oraz regułę mnożenia;

zna pojęcie permutacji zbioru i umie stosować wzór na liczbę permutacji;

zna pojęcie wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń i umie stosować wzory na liczbę takich wariacji;

zna pojęcie kombinacji i umie stosować wzór na liczbę kombinacji;

potrafi rozwiązywać proste zadania kombinatoryczne z zastosowaniem poznanych wzorów;

stosuje regułę mnożenia do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek

przedstawia drzewo ilustrujące zbiór wyników danego doświadczenia

wypisuje permutacje danego zbioru

oblicza liczbę permutacji elementów danego zbioru

przeprowadza obliczenia, stosując definicję silni

oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń

oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami

stosuje regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek

zna symbol Newtona



oblicza wartość symbolu Newtona  
zna własności symbolu Newtona  
zna pojęcie trójkąta Pascala i korzysta z niego

## 16 Elementy analizy matematycznej

uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie, również na podstawie jej wykresu  
zna i rozumie pojęcie granicy funkcji w punkcie  
oblicza granice funkcji w punkcie  
zna twierdzenia dotyczące obliczania granic w punkcie  
oblicza granice funkcji w nieskończoności  
oblicza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie  
oblicza granice niewłaściwe funkcji w punkcie  
zna i rozumie pojęcie funkcji ciągłej w punkcie  
korzystając z definicji, oblicza pochodną funkcji w punkcie  
zna pojęcie ilorazu różnicowego funkcji  
zna i rozumie pojęcie pochodnej funkcji w punkcie  
potrafi sprawnie wyznaczać pochodne funkcji wymiernych na podstawie poznanych wzorów  
zna i rozumie warunek konieczny istnienia ekstremum funkcji różniczkowalnej

## Wymagania na ocenę dostateczną

### 1 Zbiory liczbowe. Liczby rzeczywiste

#### ZBIORY

potrafi określać relacje pomiędzy zbiorami (równość zbiorów, zawieranie się zbiorów, rozłączność zbiorów);

#### ZBIORY LICZBOWE

potrafi podać zapis symboliczny wybranych liczb, np. liczby parzystej, liczby nieparzystej, liczby podzielnej przez daną liczbę całkowitą, wielokrotności danej liczby; zapis liczby, która w wyniku dzielenia przez daną liczbę całkowitą daje wskazaną resztę

#### PRZEDZIAŁY

potrafi zaznaczyć przedział na osi opisany za pomocą warunków;  
potrafi wyznaczyć sumę, różnicę oraz część wspólną przedziałów;  
potrafi sprawdzić, czy dana liczba należy do przedziału;

#### RÓWNANIA-NIERÓWNOŚCI

wie, jakie równanie nazywamy równaniem sprzecznym, a jakie równaniem tożsamościowym;  
wie, jaką nierówność nazywamy sprzeczną, a jaką nierównością tożsamościową;  
potrafi rozwiązywać równania z jedną niewiadomą metodą równań równoważnych;  
potrafi rozwiązywać nierówności z jedną niewiadomą metodą nierówności równoważnych;

#### PROCENT

potrafi odczytywać dane w postaci tabel i diagramów, a także przedstawiać dane w postaci diagramów procentowych;  
potrafi odczytywać dane przedstawione w tabeli lub na diagramie i przeprowadzać analizę procentową przedstawionych danych;  
potrafi szacować wartości wyrażień;

**WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE**

zna metodę grupowania wyrazów;

potrafi zapisać wyrażenie algebraiczne w postaci iloczynu sum algebraicznych, stosując metodę grupowania wyrazów w sytuacjach typowych;

potrafi sprawnie posługiwać się wzorami skróconego mnożenia:

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

wykonuje działania na wyrażeniach, które zawierają wymienione wzory skróconego mnożenia;

potrafi usuwać niewymierność z mianownika ułamka, stosując wzór skróconego mnożenia (różnicę kwadratów dwóch wyrażeń);

potrafi mnożyć sumy algebraiczne;

**POTĘGI I PIERWIASKI**

usunąć niewymierność z mianownika, który jest pierwiastkiem kwadratowym;

**LOGIKA**

potrafi rozpoznać zdania w postaci koniunkcji, alternatywy, implikacji i równoważności zdań;

potrafi zbudować zdania złożone w postaci koniunkcji, alternatywy, implikacji i równoważności zdań z danych zdań prostych;

potrafi określić wartości logiczne zdań złożonych, takich jak koniunkcja, alternatywa, implikacja i równoważność zdań;

potrafi odróżnić definicję od twierdzenia;

zna prawa De Morgana (prawo negacji alternatywy oraz prawo negacji koniunkcji) i potrafi je stosować;

zna zasadę dowodzenia wprost;

**LOGARYTMY**

potrafi wykonywać proste działania z wykorzystaniem twierdzenia o: logarytmie iloczynu, logarytmie ilorazu, logarytmie potęgi;

potrafi zamienić podstawę logarytmu;

potrafi na podstawie wykresu funkcji liczbowej odczytać jej własności, takie jak:

a) dziedzina funkcji

b) zbiór wartości funkcji

c) miejsce zerowe funkcji

d) argument funkcji, gdy dana jest wartość funkcji

e) wartość funkcji dla danego argumentu

f) przedziały, w których funkcja jest rosnąca, malejąca, stała

g) zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne, niedodatnie, nieujemne

h) najmniejszą oraz największą wartość funkcji;

potrafi interpretować informacje *na podstawie wykresów funkcji* lub ich wzorów (np. dotyczące różnych zjawisk przyrodniczych, ekonomicznych, socjologicznych, fizycznych);

potrafi przetwarzać informacje dane w postaci wzoru *lub wykresu funkcji*;

potrafi naszkicować wykres funkcji kawałkami liniowej i na jego podstawie omówić własności danej funkcji;

potrafi wyznaczyć algebraicznie miejsca zerowe funkcji kawałkami liniowej oraz współrzędne punktu wspólnego wykresu funkcji i osi OY;

potrafi wyznaczyć algebraicznie zbiór tych argumentów, dla których funkcja kawałkami liniowa przyjmuje wartości dodatnie (ujemne);

potrafi obliczyć wartość funkcji kawałkami liniowej dla podanego argumentu;

potrafi stosować wiadomości o funkcji liniowej do opisu zjawisk z życia codziennego (podać opis matematyczny zjawiska w postaci wzoru funkcji liniowej, odczytać informacje z wykresu lub wzoru, zinterpretować je, przeanalizować i przetworzyć);  
potrafi w prostych przypadkach wyznaczać parametr we współczynnikach wzoru funkcji liniowej, znając jej miejsce zerowe lub punkt należący do jej wykresu;

## 5 Układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi

potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych;  
umie rozpoznać układy równań: oznaczonych, nieoznaczonych, sprzecznych;  
potrafi przedstawić ilustrację graficzną układu równań oznaczonych, nieoznaczonych, sprzecznych

## 6 Geometria płaska

zna twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa i potrafi je stosować do uzasadnienia równoległości odpowiednich odcinków lub prostych;

zna wnioski z twierdzenia Talesa i potrafi je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań;

umie określić na podstawie długości boków trójkąta, czy trójkąt jest ostrokątny, czy rozwartokątny;

zna twierdzenie o środkowych w trójkącie oraz potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań;

zna pojęcie środka ciężkości trójkąta;

zna twierdzenie o symetralnych boków w trójkącie;

zna trzy cechy przystawiania trójkątów i potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań;

zna cechy podobieństwa trójkątów; potrafi je stosować do rozpoznawania trójkątów podobnych i przy rozwiązaniach prostych zadań;

umie obliczyć skalę podobieństwa trójkątów podobnych;

wie, jaki wielokąt nazywamy foremny;

potrafi wykorzystywać twierdzenie o stycznej do okręgu przy rozwiązywaniu prostych zadań;

zna twierdzenia dotyczące kątów wpisanych i środkowych i umie je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań

rozwiązuje zadania związane z okręgiem opisanym na trójkącie

wie, co to jest kąt dopisany do okręgu;

zna twierdzenie o kątach wpisanych i dopisanych do okręgu, opartych na tym samym łuku;

potrafi stosować twierdzenie sinusów w rozwiązywaniu trójkątów;

potrafi stosować twierdzenie cosinusów w rozwiązywaniu trójkątów;

potrafi stosować twierdzenia o polach figur podobnych przy rozwiązywaniu prostych zadań;

potrafi zastosować twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu w rozwiązywaniu prostych zadań

potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące trapezów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych własności trapezu;

korzysta z wcześniej zdobytej wiedzy do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów (trygonometria, twierdzenie Talesa, twierdzenie Pitagorasa, własności trójkątów itp.)

potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące podobieństwa czworokątów.

umie na podstawie własności czworokąta podanych w zadaniu wywnioskować, jaki to jest czworokąt;

potrafi stosować twierdzenie sinusów w rozwiązywaniu trójkątów;

potrafi stosować twierdzenie cosinusów w rozwiązywaniu trójkątów;

potrafi stosować twierdzenia o polach figur podobnych przy rozwiązywaniu prostych zadań;

potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące czworokątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie;  
zna związek między polami figur podobnych i potrafi korzystać z tego związku, rozwiązując zadania geometryczne o niewielkim stopniu trudności.

## 7 Trygonometria

potrafi obliczać wartości wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne kątów o miarach  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ;  
potrafi stosować w prostych przypadkach zależności między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego;  
potrafi obliczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dana jest jedna z nich;  
potrafi stosować wzory redukcyjne kątów:  $90^\circ \pm \alpha$ ;  $180^\circ \pm \alpha$  w obliczaniu wartości wyrażeń;  
umie zbudować w układzie współrzędnych dowolny kąt o mierze  $a$ , gdy dana jest wartość jednej funkcji trygonometrycznej tego kąta;  
potrafi posługiwać się definicjami funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta w rozwiązywaniu zadań;  
potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest jedna z nich;  
potrafi upraszczać wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne;  
potrafi stosować miarę łukową i stopniową kąta  
potrafi określać w której ćwiartce układu współrzędnych leży końcowe ramię kąta, mając dane wartości funkcji trygonometrycznych tego kąta;  
potrafi stosować wzory redukcyjne w obliczaniu wartości wyrażeń;  
potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów, których końcowe ramię leży na prostej o równaniu  $y=ax$   
potrafi posługiwać się definicjami funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta w rozwiązywaniu zadań;  
potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest jedna z nich;  
zna i potrafi stosować wzory redukcyjne dla kątów o miarach wyrażonych w stopniach oraz radianach;  
potrafi upraszczać wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne;  
potrafi ustalać znak i porównywać wartości funkcji trygonometrycznych dla podanych kątów, korzystając z wykresów  
potrafi wyznaczyć zbiór wartości funkcji trygonometrycznej (w prostych przypadkach);  
wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych;

potrafi rozwiązywać proste równania i nierówności trygonometryczne, korzystając z wykresów odpowiednich funkcji trygonometrycznych;  
oblicza granice funkcji, w których we wzorze występują funkcje trygonometryczne  
oblicza pochodne funkcji, w których występują funkcje trygonometryczne korzystając z poznanych wzorów na sumę/różnicę/iloczyn/iloraz pochodnych

## 8 Przekształcenia wykresów funkcji

potrafi obliczyć współrzędne początku wektora (końca wektora), gdy dane ma współrzędne wektora oraz współrzędne końca (początku) wektora  
potrafi stosować własności wektorów równych i przeciwnych do rozwiązywania zadań  
potrafi podać współrzędne punktu, który jest obrazem danego punktu w przesunięciu równoległym o dany wektor  
potrafi narysować wykres funkcji  $y = -f(-x)$ ,  $|f(x)|$ ,  $f(|x|)$  w przypadku, gdy dany jest wykres funkcji  $y = f(x)$   
umie podać własności funkcji:  $y = f(x) + q$ ,  $y = f(x - p)$ ,  $y = f(x - p) + q$ ,  $y = -f(x)$ ,  $y = f(-x)$ ,  $y = -f(-x)$ ,  $f(|x|)$ ,  $|f(x)|$  w oparciu o dane własności funkcji  $y = f(x)$   
potrafi zapisać wzór funkcji, której wykres otrzymano w wyniku przekształcenia wykresu funkcji  $f$  przez symetrię osiową względem osi  $OX$ , symetrię osiową względem osi  $OY$ , symetrię środkową względem początku układu współrzędnych, przesunięcie równoległe o dany wektor.

## 9 Równania i nierówności z wartością bezwzględną

potrafi uprościć wyrażenie z wartością bezwzględną dla zmiennej z danego przedziału;  
potrafi na podstawie zbioru rozwiązań nierówności z wartością bezwzględną zapisać tę nierówność;  
wyznacza na osi liczbowej współrzędne punktu odległego od punktu o danej współrzędnej o daną wartość;  
potrafi rozwiązać równanie z wartością bezwzględną metodą algebraiczną;

**10** Funkcja kwadratowa

potrafi rozwiązywać zadania prowadzące do równań kwadratowych z jedną niewiadomą (w tym także zadania geometryczne);

potrafi przeanalizować zjawisko z życia codziennego opisane wzorem (wykresem) funkcji kwadratowej;

potrafi opisać dane zjawisko za pomocą wzoru funkcji kwadratowej;

rozwiązuje nierówność kwadratową, jeżeli  $\Delta \leq 0$

potrafi napisać wzór funkcji kwadratowej o zadanych własnościach;

potrafi podać niektóre własności funkcji kwadratowej (bez szkicowania jej wykresu) na podstawie wzoru funkcji w postaci kanonicznej (np. przedziały monotoniczności funkcji, równanie osi symetrii paraboli, zbiór wartości funkcji) oraz na podstawie wzoru funkcji w postaci iloczynowej (np. zbiór tych argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie czy ujemne);

potrafi napisać wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o jej wykresie;

potrafi wyznaczyć najmniejszą oraz największą wartość funkcji kwadratowej w danym przedziale domkniętym;

potrafi rozwiązać standardowe zadania ze wzorów Viete'a

**11** Geometria analityczna

potrafi wyznaczyć miarę kąta nachylenia do osi OX prostej opisanej równaniem kierunkowym;

potrafi napisać równanie kierunkowe prostej znając jej kąt nachylenia do osi OX i współrzędne punktu, który należy do prostej;

potrafi stosować warunek równoległości oraz prostokątności prostych opisanych równaniami ogólnymi do wyznaczenia równania prostej równoległej/prostopadłej i przechodzącej przez dany punkt;

potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci zredukowanej do kanonicznej;

potrafi napisać równanie okręgu mając trzy punkty należące do tego okręgu;

potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń);

potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń);

potrafi obliczyć pole trójkąta gdy dane są jego wierzchołki

potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń)

potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń);

potrafi wyznaczyć równanie stycznej do okręgu;

potrafi rozwiązywać proste zadania z wykorzystaniem wiadomości o prostych, trójkątach i okręgach;

potrafi wyznaczyć równania okręgu w symetrii względem osi układu oraz początku układu

**12** Wielomiany

sprawnie przekształca wyrażenia zawierające wzory skróconego mnożenia stopnia 3;

potrafi usunąć niewymierność z mianownika ułamka, stosując wzór skróconego mnożenia na sumę (różnicę sześcianów)

potrafi zastosować wzór  $a^n - b^n$

potrafi podzielić wielomian przez dwumian liniowy za pomocą schematu Hornera;

potrafi stosować twierdzenie Bezouta w rozwiązywaniu zadań;

potrafi stosować twierdzenie o reszcie w rozwiązywaniu zadań;

potrafi rozłożyć wielomian na czynniki gdy ma podany jeden z pierwiastków wielomianu i konieczne jest znalezienie pozostałych z wykorzystaniem twierdzenia Bezouta;

potrafi rozwiązywać równania wielomianowe, które wymagają umiejętności rozkładania wielomianów na czynniki poprzez wyłączanie wspólnego czynnika przed nawias, zastosowanie wzorów skróconego mnożenia lub metody grupowania wyrazów;

potrafi rozwiązywać nierówności wielomianowe (korzystając z siatki znaków, posługując się przybliżonym wykresem funkcji wielomianowej) w przypadku gdy wielomian jest przedstawiony w postaci iloczynowej;  
potrafi podzielić wielomian przez dowolny wielomian

### 13 Ułamki algebraiczne. Równania i nierówności wymierne. Funkcje wymierne

potrafi rozwiązywać proste zadania na dowodzenie z zastosowaniem ułamków algebraicznych  
potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do prostych równań wymiernych  
rozwiązuje zadania z zastosowaniem proporcjonalności odwrotnej  
rozwiązuje proste zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernych  
potrafi rozwiązywać proste zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej  
potrafi rozwiązywać proste równania wymierne

### 14 Ciągi

wyznacza wyraz  $a_{n+1}$  ciągu określonego wzorem ogólnym  
potrafi wyznaczyć wyrazy ciągu o podanej wartości  
wyznacza wzór ogólny ciągu mając danych kilka jego wyrazów  
stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań tekstowych  
określa monotoniczność ciągu arytmetycznego  
wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy  
wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy  
potrafi wyznaczyć ciąg arytmetyczny (geometryczny) na podstawie wskazanych danych;  
stosuje własności ciągu geometrycznego do rozwiązywania zadań tekstowych  
potrafi rozwiązywać proste zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych;  
potrafi zbadać warunek na istnienie sumy szeregu geometrycznego (proste przykłady)  
potrafi obliczać sumę szeregu geometrycznego (zamiana ułamka okresowego na ułamek zwykły, proste równania i nierówności wymierne, proste zadania geometryczne);  
wyznacza początkowe wyrazy ciągu określone rekurencyjnie  
oblicza oprocentowanie lokaty  
określa okres oszczędzania  
bada, ile wyrazów danego ciągu jest większych/mniejszych od danej liczby  
oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych  
oblicza sumę szeregu geometrycznego zbieżnego  
określa monotoniczność ciągu geometrycznego

### 15 Kombinatoryka. Dwumian Newtona. Trójkąt Pascala

wykorzystuje permutacje do rozwiązywania zadań  
wykorzystuje wariacje bez powtórzeń do rozwiązywania zadań  
wykorzystuje wariacje z powtórzeniami do rozwiązywania zadań  
wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań  
umie rozwiązywać zadania kombinatoryczne o średnim stopniu trudności  
wyznacza rozwinięcia wzoru Newtona  
w oparciu o wzór Newtona wyznacza wyznacza w rozwinięciu wartości poszczególnych wyrazów  
rozwiązuje zadania z zastosowaniem własności symbolu Newtona

uzasadnia, korzystając z definicji, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie  
 oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji, które mają granice w tym punkcie  
 oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie  
 stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie  
 sprawdza ciągłość funkcji w punkcie  
 sprawdza ciągłość funkcji  
 stosuje twierdzenia o przyjmowaniu wartości pośrednich do uzasadniania istnienia rozwiązania równania  
 potrafi zbadać, czy dana funkcja jest różniczkowalna w danym punkcie (zbiorze)  
 potrafi wyznaczyć równanie stycznej do wykresu danej funkcji  
 potrafi zbadać monotoniczność funkcji za pomocą pochodnej  
 potrafi wyznaczyć ekstrema funkcji wymiernej  
 potrafi wyznaczyć najmniejszą oraz największą wartość danej funkcji wymiernej w przedziale domkniętym  
 potrafi zbadać przebieg zmienności danej funkcji wymiernej i naszkicować jej wykres  
 potrafi stosować rachunek pochodnych do rozwiązywania prostych zadań optymalizacyjnych

## Wymagania na ocenę dobrą

### ZBIORY

potrafi sprawnie posługiwać się symboliką matematyczną dotyczącą zbiorów;  
 wyznaczać sumy, różnice i iloczyny więcej niż dwóch zbiorów;  
 potrafi podać przykłady zbiorów  $A$  i  $B$ , jeśli dana jest suma, iloczyn albo różnica tych zbiorów;  
 zna pojęcie dopełnienia zbioru i potrafi zastosować je w działaniach na zbiorach;

### ZBIORY LICZBOWE

potrafi wykonać dzielenie z resztą w zbiorze liczb całkowitych ujemnych;

### RÓWNANIA-NIERÓWNOŚCI

potrafi podać przykład równania sprzecznego oraz równania tożsamościowego;

### WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE

potrafi budować i nazywać wyrażenia algebraiczne o złożonej konstrukcji;  
 potrafi rozłożyć wyrażenia na czynniki metodą grupowania wyrazów lub za pomocą wzorów skróconego mnożenia;

### POTĘGI I PIERWIASKI

sprawnie przekształca wyrażenia algebraiczne zawierające potęgi i pierwiastki;  
 sprawnie zamienia pierwiastki arytmetyczne na potęgi o wykładniku wymiernym i odwrotnie;  
 sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym;

potrafi wyłączać wspólną potęgę poza nawias;  
potrafi przeprowadzić dowód niewymierności  $\sqrt{2}$ ;

#### LOGIKA

potrafi dowodzić twierdzenia, posługując się dowodem wprost;  
potrafi dowodzić twierdzenia, posługując się dowodem nie wprost;  
potrafi symbolicznie zapisać zdanie z kwantyfikatorem;  
potrafi ocenić wartość logiczną prostego zdania z kwantyfikatorem;  
potrafi podać zaprzeczenie prostego zdania z kwantyfikatorem;  
potrafi podać kontrprzykład, jeśli twierdzenie jest fałszywe;  
potrafi budować zdania złożone i oceniać ich wartości logiczne;  
potrafi wnioskować o wartościach zdań składowych wybranych zdań złożonych na podstawie informacji o wartościach logicznych zdań złożonych;  
rozumie budowę twierdzenia matematycznego; potrafi wskazać jego założenie i tezę;  
potrafi przeprowadzić dowód prostych twierdzeń np. dotyczących podzielności liczb, wyrażeń algebraicznych;

#### ŚREDNIE

*sprawnie przekształca wzory matematyczne, fizyczne i chemiczne;*

#### LOGARYTMY

zna i potrafi stosować własności logarytmów w obliczeniach;  
rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem definicji logarytmu  
potrafi przekształcić wyrażenia z logarytmami;

### 3 Funkcja i jej własności

potrafi podać argumenty, dla których wartości funkcji spełniają określone warunki;  
potrafi określić dziedzinę funkcji liczbowej danej wzorem w przypadku, gdy wyznaczenie dziedziny funkcji wymaga rozwiązania koniunkcji warunków, dotyczących mianowników lub pierwiastków stopnia drugiego, występujących we wzorze;  
potrafi obliczyć miejsca zerowe funkcji opisanej wzorem;  
potrafi stosować wiadomości o funkcji do opisywania zależności w przyrodzie, gospodarce i życiu codziennym;  
potrafi podać opis matematyczny prostej sytuacji w postaci wzoru funkcji;  
potrafi naszkicować wykres funkcji o zadanych własnościach;

### 4 Funkcja liniowa

potrafi wyznaczać parametr we współczynnikach wzoru funkcji liniowej, znając jej miejsce zerowe lub punkt punkt należący do jej wykresu;

### 5 Układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi

potrafi opisywać treści zadań problemowych za pomocą układów równań oraz przedstawiać ich rozwiązania;



## 6 Geometria płaska

- zna i potrafi stosować wzór na liczbę przekątnych wielokąta;
  - zna zależności między bokami w trójkącie (nierówności trójkąta) i stosuje je przy rozwiązywaniu zadań;
  - zna i umie zastosować w zadaniach własność wysokości w trójkącie prostokątnym, poprowadzonej na przeciwprostokątną;
  - potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące okręgów, stycznych, kątów środkowych, wpisanych i dopisanych, z zastosowaniem poznanych twierdzeń;
  - potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące położenia dwóch okręgów;
  - stosuje własności środka okręgu opisanego na trójkącie w zadaniach
  - rozwiązuje zadania związane z okręgiem wpisanym w trójkąt;
  - potrafi stosować twierdzenie sinusów w zadaniach geometrycznych;
  - potrafi stosować twierdzenie cosinusów w zadaniach geometrycznych;
  - potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, stosując wzory na pola trójkątów, w tym również z wykorzystaniem poznanych wcześniej własności trójkątów;
  - potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych;
- potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące czworokątów, w tym trapezów i równoległoboków;
- potrafi stosować twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie, w rozwiązywaniu złożonych zadań o średnim stopniu trudności;
- potrafi zastosować twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie do rozwiązania zadań o średnim stopniu trudności dotyczących trapezów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu;
- potrafi stosować twierdzenie sinusów w zadaniach geometrycznych;
- potrafi stosować twierdzenie cosinusów w zadaniach geometrycznych;
- potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, stosując wzory na pola trójkątów, w tym również z wykorzystaniem poznanych wcześniej własności trójkątów;
- potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych;
- potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów i czworokątów, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i cosinusów, twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie).

## 7 Trygonometria

- potrafi przeprowadzać dowody tożsamości trygonometrycznych;
- potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym stosując trygonometrię kąta ostrego;
- potrafi stosować podstawowe tożsamości trygonometryczne (dla dowolnego kąta, dla którego funkcje trygonometryczne są określone)
- potrafi dowodzić tożsamości trygonometrycznych;
- potrafi stosować wybrane wzory redukcyjne w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności;
- potrafi przeprowadzać dowody tożsamości trygonometrycznych;
- potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym stosując trygonometrię kąta ostrego;
- wie, co to jest miara główna kąta skierowanego i potrafi ją wyznaczyć dla dowolnego kąta;
- potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów mając informacje pozwalające na ustalenie współrzędnych punktu znajdującego się na końcowym ramieniu kąta
- potrafi rozwiązywać zadania z zastosowaniem miary łukowej i stopniowej
- potrafi stosować podstawowe tożsamości trygonometryczne (dla dowolnego kąta, dla którego funkcje trygonometryczne są określone)
- potrafi wyznaczyć okres podstawowy funkcji trygonometrycznej;
- potrafi ustalać argumenty dla których wartości funkcji sinus i cosinus spełniają określone warunki;

potrafi ustalać najmniejszą i największą wartość wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne;  
potrafi obliczać wartości wyrażen, w których występują funkcje trygonometryczne dowolnych kątów;  
potrafi szkicować wykresy funkcji  $y = -f(x)$  oraz  $y = f(-x)$ ;  
potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując jedno z przekształceń, jak przesunięcie wykresu o wektor oraz  $y = s \cdot f(x)$  oraz  $y = f(s \cdot x)$ , gdzie  $s \geq 0$ ;  
potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując takie przekształcenia, jak:  $y = |f(x)|$ ,  $y = f(|x|)$ ,  $y = s \cdot f(x)$  oraz  $y = f(s \cdot x)$ , gdzie  $s \geq 0$ ;  
potrafi stosować wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzory na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzory na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta do przekształcania wyrażen trygonometrycznych;  
potrafi rozwiązywać równania i nierówności trygonometryczne z wykorzystaniem tożsamości trygonometrycznych  
potrafi obliczyć pochodne funkcji złożonych, w których występują funkcje trygonometryczne  
potrafi wyznaczyć zbiór wartości funkcji, w których wzorze występuje funkcja trygonometryczna

## 8 Przekształcenia wykresów funkcji

potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności  
potrafi stosować własności przekształceń geometrycznych przy rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności  
potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności

## 9 Równania i nierówności z wartością bezwzględną

rozwiązuje równania oraz nierówności z wartością bezwzględną metodą graficzną i algebraiczną

## 10 Funkcja kwadratowa

potrafi opisywać zależności między wielkościami za pomocą funkcji kwadratowej;  
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania tekstowe z kontekstem praktycznym, stosując funkcję kwadratową;  
potrafi rozwiązywać zadania optymalizacyjne  
potrafi rozwiązywać równania prowadzące do równań kwadratowych  
potrafi rozwiązać zadania korzystając ze wzorów Viete'a  
potrafi rozwiązać typowe zadania z parametrem  
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania tekstowe z kontekstem realistycznym

## 11 Geometria analityczna

rozwiązuje zadania, dotyczące wektorów, w których występują parametry  
rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej (o średnim stopniu trudności) w rozwiązaniu których sprawnie korzysta z poznanych wzorów  
rozwiązuje zadania geometrii analitycznej w oparciu o wzór na pole trójkąta w układzie współrzędnych (np. gdy dane jest pole)  
stosuje równanie okręgu w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności  
dobiera tak wartość parametru, aby dane okręgi były styczne/rozłączne/przecinające się

<b>12</b>	<b>Wielomiany</b>
-----------	-------------------

potrafi wyznaczyć wielomian, który jest resztą z dzielenia wielomianu o danych własnościach przez inny wielomian;  
potrafi sprawnie wykonywać działania na wielomianach;  
rozkłada wyrażenia na czynniki stosując wzory skróconego mnożenia na sześciiany;  
stosuje wzory skróconego mnożenia na sześciiany do rozwiązywania różnych zadań;  
przeprowadza dowody algebraiczne z wykorzystaniem wzorów skróconego mnożenia stopnia wyższego niż 2;  
potrafi wykorzystać podzielność wielomianów w rozwiązywaniu zadań;  
zna i potrafi stosować twierdzenie o wymiernych pierwiastkach wielomianu o współczynnikach całkowitych;  
potrafi sprawnie rozkładać wielomiany na czynniki (w tym stosując „metodę prób”);  
potrafi rozwiązywać równania i nierówności wielomianowe;

<b>13</b>	<b>Ułamki algebraiczne. Równania i nierówności wymierne. Funkcje wymierne</b>
-----------	---

potrafi sprawnie wykonywać działania łączne na ułamkach algebraicznych  
potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne  
potrafi rozwiązywać zadania dotyczące własności funkcji wymiernej (w tym z parametrem)  
potrafi dowodzić własności funkcji wymiernej  
potrafi napisać wzór funkcji homograficznej na podstawie informacji o jej wykresie  
potrafi naszkicować wykres funkcji homograficznej z wartością bezwzględną i na podstawie wykresu funkcji opisać własności funkcji  
potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania wymiernego z wartością bezwzględną i parametrem, na podstawie wykresu funkcji homograficznej, we wzorze której występuje wartość bezwzględna  
potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności wymiernych

<b>14</b>	<b>Ciągi</b>
-----------	--------------

wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był ciągiem monotonicznym  
wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki  
potrafi zbadać na podstawie definicji monotoniczność ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym;  
wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny  
wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był arytmetyczny  
potrafi wyprowadzić wzór na sumę  $n$  kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego  
stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań, również w kontekście praktycznym  
wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg geometryczny  
potrafi wyprowadzić wzór na sumę  $n$  kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego  
stosuje średnią geometryczną do rozwiązywania zadań  
wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był geometryczny  
potrafi rozwiązywać zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych;  
potrafi wyznaczyć wyrazy ciągu określonego wzorem rekurencyjnym  
rozwiązuje zadania związane z kredytami, również umieszczone w kontekście praktycznym  
oblicza granice niewłaściwe ciągów, korzystając z twierdzenia o własnościach granic ciągów rozbieżnych  
zna definicję i rozumie pojęcie granicy ciągu liczbowego zbieżnego  
zna i potrafi stosować twierdzenia dotyczące własności ciągów zbieżnych  
stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym

**15** Kombinatoryka. Dwumian Newtona. Trójkąt Pascala

oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji  
rozwiązuje zadania z parametrem z wykorzystaniem wzoru Newtona

**16** Elementy analizy matematycznej

potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące badania ciągłości funkcji w punkcie i zbiorze  
zna i potrafi stosować twierdzenie o trzech funkcjach  
zna własności funkcji ciągłych i potrafi je stosować w rozwiązywaniu zadań twierdzenie Darboux oraz twierdzenie Weierstrassa)  
zna związek pomiędzy ciągłością i różniczkowalnością funkcji  
potrafi wyznaczyć przedziały monotoniczności oraz ekstrema funkcji, w której wzorze występuje wartość bezwzględna  
potrafi stosować rachunek pochodnych w rozwiązywaniu zadań optymalizacyjnych  
wyznacza punkt wykresu funkcji, w którym styczna do niego spełnia podane warunki  
wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna  
wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja miała ekstremum w danym punkcie

## ***Wymagania na ocenę bardzo dobrą***

**1** Zbiory liczbowe. Liczby rzeczywiste

### **ZBIORY**

potrafi przeprowadzić proste dowody, w tym dowody „nie wprost”, dotyczące własności liczb rzeczywistych;  
potrafi wyznaczyć dopełnienie zbioru liczbowego skończonego w przestrzeni  $R$ ;

### **ZBIORY LICZBOWE**

potrafi wykazać podzielność liczb całkowitych, zapisanych symbolicznie;  
potrafi oszacować wartość liczby niewymiernej;

### **PRZEDZIAŁY**

wykonywać działania na więcej niż dwóch przedziałach liczbowych;

### **RÓWNANIA-NIERÓWNOŚCI**

potrafi wskazać przykład nierówności sprzecznej oraz nierówności tożsamościowej;  
wie, kiedy dwa równania (dwie nierówności) są równoważne i potrafi wskazać równania (nierówności) równoważne;

**2** Wyrażenia algebraiczne

### **WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE**

potrafi zapisać wyrażenie algebraiczne w postaci iloczynu sum algebraicznych, w sytuacjach wymagających nietypowego pogrupowania wyrazów;

## POTĘGI I PIERWIASTKI

potrafi oszacować wartość potęgi o wykładniku rzeczywistym;  
potrafi przeprowadzić dowód niewymierności  $\sqrt{3}, \sqrt{5}, \dots$ ;  
porównywać wyrażenia zawierające pierwiastki;

## LOGIKA

zna prawo negacji implikacji i potrafi je stosować w praktyce;  
potrafi, na podstawie implikacji prostej, utworzyć implikację odwrotną, przeciwną oraz przeciwstawną;  
wie, że równoważne są implikacje: prosta i przeciwstawna oraz odwrotna i przeciwna;  
potrafi negować zdania złożone;  
zna zasadę dowodzenia nie wprost;  
potrafi przeprowadzać dowody twierdzeń zapisanych w postaci równoważności;

## ŚREDNIE

*potrafi wykonywać przekształcenia wzorów wymagające skomplikowanych operacji;*  
stosuje średnią arytmetyczną, średnią ważoną i średnią geometryczną w zadaniach tekstowych

## LOGARYTMY

potrafi zapisywać wyrażenia z logarytmami z postaci jednego logarytmu;  
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem poznanych twierdzeń;

### 3 Funkcja i jej własności

zna definicję funkcji parzystej oraz nieparzystej;  
potrafi dopasować wykres funkcji do jej opisu słownego;  
*rozwiązywać zadania praktyczne z zastosowaniem własności funkcji;*

### 4 Funkcja liniowa

potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania liniowego z parametrem (z dwoma parametrami) interpretującego liczbę miejsc zerowych/monotoniczność funkcji liniowej;  
rozwiązywać trudniejsze zadania z kontekstem praktycznym dotyczące funkcji liniowej;  
*potrafi sporządzić wykresy wybranych funkcji i omówić ich własności;*

### 5 Układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi

potrafi wyznaczać wartość parametru, aby rozwiązaniem układu była wskazana para liczb;  
potrafi opisać zbiór rozwiązań układu nieoznaczonego;

### 6 Geometria płaska

potrafi udowodnić proste własności trójkątów, wykorzystując cechy przystawania trójkątów;  
potrafi uzasadnić, że symetralna odcinka jest zbiorem punktów płaszczyzny równoodległych od końców odcinka;  
potrafi uzasadnić, że każdy punkt należący do dwusiecznej kąta leży w równej odległości od ramion tego kąta;  
potrafi udowodnić twierdzenie o symetralnych boków;  
potrafi stosować cechy podobieństwa trójkątów do rozwiązania zadań z wykorzystaniem innych, wcześniej poznanych własności;  
potrafi rozwiązywać zadania dotyczące trójkątów, z zastosowaniem poznanych do tej pory twierdzeń;

potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych;

zna definicję wektora na płaszczyźnie (bez układu współrzędnych);

wie, jakie wektory są równe, a jakie przeciwne;

potrafi wektory dodawać, odejmować i mnożyć przez liczbę;

potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;

potrafi rozwiązywać zadania dotyczące okręgów, stycznych, kątów środkowych, wpisanych i dopisanych z zastosowaniem poznanych twierdzeń;

potrafi rozwiązywać zadania dotyczące położenia dwóch okręgów;

potrafi rozwiązywać zadania złożone, wymagające wykorzystania równocześnie kilku poznanych własności;

potrafi rozwiązywać zadania dotyczące stycznych i siecznych;

przeprowadza dowody dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt oraz okręgu opisanego na trójkącie;

potrafi stosować w danym zadaniu geometrycznym twierdzenie sinusów i cosinusów;

rozwiązuje zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej (tw. Pitagorasa, tw. Talesa, tw. sinusów, tw. cosinusów, twierdzenia o kątach w kole, itp.)

potrafi dowodzić twierdzenia, w których wykorzystuje pojęcie pola.

umie udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu;

potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki przekątnych trapezu;

potrafi wyprowadzić wzór na pole czworokąta opisanego na okręgu w zależności od długości promienia okręgu i obwodu tego czworokąta;

korzysta z wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów) do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów.

potrafi stosować w danym zadaniu geometrycznym twierdzenie sinusów i cosinusów;

rozwiązuje zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej (tw. Pitagorasa, tw. Talesa, tw. sinusów, tw. cosinusów, twierdzenia o kątach w kole, itp.)

potrafi dowodzić twierdzenia, w których wykorzystuje pojęcie pola.

potrafi wyprowadzić wzór na pole równoległoboku;

potrafi wyprowadzić wzory na pole rombu;

potrafi wyprowadzić wzór na pole trapezu;

potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o wysokim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów i czworokątów, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i cosinusów, twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie).

## 7 Trygonometria

potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wiedzę o figurach geometrycznych oraz trygonometrię kąta ostrego;

potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wcześniej zdobytą wiedzę (np. wzory skróconego mnożenia) oraz trygonometrię kąta ostrego;

potrafi rozwiązywać trudne zadania, korzystając ze wzorów redukcyjnych;

potrafi rozwiązywać trudne zadania, wykorzystując podstawowe tożsamości trygonometryczne;

potrafi określić zbiór wartości funkcji trygonometrycznej;

potrafi określić dziedzinę funkcji i naszkicować jej wykres, w przypadkach gdy wzór funkcji wymaga przekształcenia;

potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując kilka przekształceń: przesunięcie wykresu o wektor oraz  $y = s \cdot f(x)$  oraz  $y = f(s \cdot x)$ , gdzie  $s \neq 0$ ;

potrafi stosować wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzory na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzory na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta do dowodzenia tożsamości trygonometrycznych;

potrafi rozwiązywać równania i nierówności trygonometryczne z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzorów na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzorów na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta;

potrafi rozwiązywać równania i nierówności trygonometryczne z wartością bezwzględną z zastosowaniem poznanych wzorów;

potrafi rozwiązywać równania/nierówności trygonometryczne w których występuje parametr

potrafi rozwiązywać zadania optymalizacyjne w których występują pochodne funkcji trygonometrycznych, równania/nierówności trygonometryczne

## 8 Przekształcenia wykresów funkcji

wie, jakie wektory są równe, a jakie przeciwne;

potrafi wektory dodawać, odejmować i mnożyć przez liczbę;

zna prawa dotyczące działań na wektorach;

potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;

potrafi naszkicować wykres funkcji, którego sporządzenie wymaga kilku poznanych przekształceń

potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań typowych o podwyższonym stopniu trudności

potrafi stosować własności przekształceń geometrycznych przy rozwiązywaniu zadań o podwyższonym stopniu trudności

## 9 Równania i nierówności z wartością bezwzględną

potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania liniowego z parametrem;

rozwiązuje algebraicznie i graficznie równania oraz nierówności z wartością bezwzględną o podwyższonym stopniu trudności

## 10 Funkcja kwadratowa

*potrafi rozwiązywać nietypowe zadania optymalizacyjne wykorzystujące własności funkcji kwadratowej.*

potrafi rozwiązywać zadania z parametrem o podwyższonym stopniu trudności dotyczące własności funkcji kwadratowej;

potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie dotyczące własności funkcji kwadratowej;

## 11 Geometria analityczna

zna definicję wektora na płaszczyźnie (bez układu współrzędnych);

wie, jakie wektory są równe, a jakie przeciwne;

potrafi wektory dodawać, odejmować i mnożyć przez liczbę;

zna prawa dotyczące działań na wektorach;

potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;

potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące punktu przecięcia prostych;

potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o wysokim stopniu trudności;

potrafi rozwiązać różne zadania dotyczące okręgów, w których konieczne jest zastosowanie wiadomości z różnych działów matematyki;

potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej o podwyższonym stopniu trudności  
potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej stosując analizę matematyczną

12

Wielomiany

potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności wielomianowych;

13 Ułamki algebraiczne. Równania i nierówności wymierne. Funkcje wymierne

potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie z zastosowaniem ułamków algebraicznych (w tym zadania dotyczące związków pomiędzy średnimi: arytmetyczną, geometryczną, średnią kwadratową)

potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne z wartością bezwzględną

potrafi rozwiązywać układy równań i nierówności wymiernych (także z wartością bezwzględną)

potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne z parametrem

potrafi rozwiązywać układy równań i nierówności wymiernych

potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące własności funkcji homograficznej

14 Ciągi

potrafi wykazać na podstawie definicji, że dana liczba jest granicą ciągu

potrafi obliczać granice różnych ciągów zbieżnych;

potrafi obliczać granice niewłaściwe różnych ciągów rozbieżnych do nieskończoności;

rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego

potrafi rozwiązywać zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych o podwyższonym stopniu trudności

stosuje średnią geometryczną w dowodzeniu

rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu

zna, rozumie i potrafi zastosować twierdzenie o trzech ciągach do obliczenia granicy danego ciągu

potrafi rozwiązywać różne zadania z zastosowaniem wiadomości o szeregu geometrycznym zbieżnym.

15 Kombinatoryka. Dwumian Newtona. Trójkąt Pascala

oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji w przypadkach wymagających rozważenia złożonego modelu zliczania elementów

prowadzi dowody z wykorzystaniem pojęć kombinatoryki

prowadzi dowody z wykorzystaniem symbolu Newtona, wzoru Newtona lub trójkąta Pascala

16 Elementy analizy matematycznej

potrafi wyznaczyć równania asymptot wykresu funkcji, we wzorze których występuje wartość bezwzględna (o ile istnieją)

potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące różniczkowalności funkcji

potrafi zastosować wiadomości o stycznej do wykresu funkcji w rozwiązywaniu różnych zadań

potrafi stosować rachunek pochodnych do analizy zjawisk

potrafi wyprowadzić wzory na pochodne funkcji

rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności

wyznacza równania asymptot pionowych wykresu funkcji

wyznacza równania asymptot poziomych wykresu funkcji



## ***Wymagania na ocenę celującą***

### **1** Zbiory liczbowe. Liczby rzeczywiste

potrafi stosować działania na zbiorach do wnioskowania na temat własności tych zbiorów;  
potrafi rozwiązywać zadania tekstowe o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące własności liczb rzeczywistych;

### **2** Wyrażenia algebraiczne

#### **WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE**

potrafi wykorzystać pojęcie logarytmu w zadaniach praktycznych;

#### **POTĘGI I PIERWIASTKI**

potrafi sprawnie działać na wyrażeniach zawierających potęgi i pierwiastki z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia;

potrafi sprawnie rozkładać wyrażenia zawierające potęgi i pierwiastki na czynniki, stosując jednocześnie wzory skróconego mnożenia i metodę grupowania wyrazów;

potrafi rozwiązywać niestandardowe zadania tekstowe z kontekstem praktycznym z zastosowaniem potęg o wykładnikach całkowitych;

#### **LOGIKA**

potrafi stosować wiadomości z logiki do wnioskowania matematycznego;

potrafi przeprowadzać dowody twierdzeń o niestandardowej treści;

#### **LOGARYTMY**

potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym z zastosowaniem własności logarytmów;

### **3** Funkcja i jej własności

potrafi ( na podstawie definicji) wykazać różnowartościowość danej funkcji;

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące własności funkcji;

potrafi (na podstawie definicji) udowodnić, że funkcja jest rosnąca (malejąca) w danym zbiorze;

potrafi zbadać na podstawie definicji parzystość (nieparzystość) danej funkcji;

### **4** Funkcja liniowa

rozwiązuje zadania nietypowe dotyczące funkcji liniowej o podwyższonym stopniu trudności;

## 5 Układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi

potrafi opisywać treści zadań niestandardowych za pomocą układów równań oraz przedstawiać ich rozwiązania;  
potrafi rozwiązać układy trzech (i więcej) układów równań liniowych z trzema (czterema) niewiadomymi;  
potrafi wyznaczyć wartość parametru dla którego podany układ równań jest oznaczony, nieoznaczony albo sprzeczny;

## 6 Geometria płaska

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące odcinków, prostych, półprostych, kątów i kół, w tym z zastosowaniem poznanych twierdzeń;  
zna i potrafi udowodnić twierdzenie o dwusiecznych kątów przyległych;  
umie udowodnić własności figur geometrycznych w oparciu o poznane twierdzenia.  
potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, dotyczących trójkątów, z wykorzystaniem poznanych twierdzeń;  
potrafi udowodnić twierdzenie o środkowych w trójkącie;  
potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące wysokości w trójkącie prostokątnym, poprowadzonej na przeciwprostokątną.  
potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów;  
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem poznanych pojęć geometrii;  
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące odcinków, prostych, półprostych, kątów i kół, w tym z zastosowaniem poznanych twierdzeń;  
umie udowodnić twierdzenia o kątach środkowych i wpisanych w koło;  
umie udowodnić twierdzenie o kącie dopisanym do okręgu;  
umie udowodnić własności figur geometrycznych w oparciu o poznane twierdzenia.  
potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania.  
potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów;  
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń

potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania.

potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów;

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń

## 7 Trygonometria

potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod.  
potrafi rozwiązywać różne zadania z innych działów matematyki, w których wykorzystuje się wiadomości i umiejętności z trygonometrii.

potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania

## 8 Przekształcenia wykresów funkcji

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania (o podwyższonym stopniu trudności), dotyczące przekształceń wykresów funkcji oraz własności funkcji

<b>9</b>	Równania i nierówności z wartością bezwzględną
----------	--

rozwiązuje zadanie nietypowe, o podwyższonym stopniu trudności;

<b>10</b>	Funkcja kwadratowa
-----------	--------------------

*potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące funkcji kwadratowej, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów.*

<b>11</b>	Geometria analityczna
-----------	-----------------------

potrafi wyprowadzać wzory z geometrii analitycznej (odległość punktu od prostej)

<b>12</b>	Wielomiany
-----------	------------

potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące wielomianów, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów

<b>13</b>	Ułamki algebraiczne. Równania i nierówności wymierne. Funkcje wymierne
-----------	--

potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania wymiernego z parametrem  
potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące funkcji wymiernych wymagające zastosowania niekonwencjonalnych metod

<b>14</b>	Ciągi
-----------	-------

potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie, w których jest mowa o ciągach

<b>15</b>	Kombinatoryka. Dwumian Newtona. Trójkąt Pascala
-----------	---

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące kombinatoryki

<b>16</b>	Elementy analizy matematycznej
-----------	--------------------------------

rozwiązuje zadania nietypowe stosując analizę matematyczną;

**Wymagania edukacyjne niezbędne do otrzymania przez ucznia rocznej  
oceny klasyfikacyjnej  
(obejmują wymagania edukacyjne niezbędne do otrzymania przez ucznia  
śródrocznej oceny klasyfikacyjnej).**

**VI. GEOMETRIA PRZESTRZENNA. WIEŁOŚCIANY**

1	Płaszczyzny i proste w przestrzeni. Równoległość prostych i płaszczyzn. Proste skośne.
2	Prostopadłość prostych i płaszczyzn w przestrzeni.
3	Rzut równoległy na płaszczyznę. Rysowanie figur płaskich w rzucie równoległym na płaszczyznę
4	Kąt między prostą a płaszczyzną. Kąt dwuścienny.
5	Graniastostupy
6	Ostrostupy
7	Siatka wielościanu. Pole powierzchni wielościanu
8	Objętość figury przestrzennej. Objętość wielościanów
9	Przekroje wielościanów

***Wymagania na ocenę dopuszczającą***

*potrafi określić położenie dwóch płaszczyzn w przestrzeni*

*potrafi określić położenie prostej i płaszczyzny w przestrzeni*

*potrafi określić położenie dwóch prostych w przestrzeni*

*rysuje figury płaskie w rzucie równoległym na płaszczyznę*

*umie scharakteryzować prostopadłość prostej i płaszczyzny*

*umie scharakteryzować prostopadłość dwóch płaszczyzn*

*rozumie pojęcie odległości punktu od płaszczyzny oraz odległości prostej równoległej do płaszczyzny od tej płaszczyzny*

*zna i potrafi stosować twierdzenie o trzech prostych prostopadłych*

*rozumie pojęcie kąta między prostą a płaszczyzną*

*rozumie pojęcie kąta dwuściennego, poprawnie posługuje się terminem "kąt liniowy kąta dwuściennego"*

*zna określenie graniastostupa; umie wskazać: podstawy, ściany boczne, krawędzie podstaw, krawędzie boczne, wysokość graniastostupa*

*zna podział graniastostupów*

*umie narysować siatki graniastostupów prostych*

*potrafi narysować siatkę graniastostupa prostego, mając dany jej fragment*

*potrafi narysować siatkę ostrostupa prostego, mając dany jej fragment*

*zna określenie ostrostupa; umie wskazać: podstawę, ściany boczne, krawędzie podstaw, krawędzie boczne, wysokość ostrostupa;*

*zna podział ostrostupów;*

*umie narysować siatki ostrostupów prostych;*

*potrafi rozpoznać w graniastostupach i ostrostupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi itp.) oraz obliczyć miary tych kątów;*

*potrafi rozpoznać w graniastostupach i ostrostupach kąty między odcinkami i płaszczyznami (kąty między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami) oraz obliczyć miary tych kątów;*

*umie obliczyć objętość i pole powierzchni poznanych graniastostupów*

umie obliczyć objętość i pole powierzchni poznanych ostrosłupów

### **Wymagania na ocenę dostateczną**

potrafi sprawdzić, czy istnieje graniastosłup o danej liczbie krawędzi  
oblicza pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej graniastosłupa prostego oraz ostrosłupa  
stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni graniastosłupa oraz ostrosłupa  
oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego również  
z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii  
oblicza objętość graniastosłupa prostego oraz ostrosłupa prawidłowego  
oblicza objętość graniastosłupa pochyłego  
oblicza pole powierzchni ostrosłupa mając daną jego siatkę  
potrafi rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąt między ścianami oraz obliczyć miarę tego kąta;

### **Wymagania na ocenę dobrą**

przeprowadza wnioskowania dotycząc położenia prostych w przestrzeni  
stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do uzasadniania prostopadłości prostych  
stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do rozwiązywania zadań  
rozwiązuje zadania dotyczące miar kąta między prostą a płaszczyzną, również z wykorzystaniem trygonometrii  
rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta dwuściennego  
oblicza objętości graniastosłupów oraz ostrosłupów z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii  
potrafi wyznaczać przekroje wielościanów;  
potrafi obliczyć pole powierzchni przekroju bryły daną płaszczyzną (graniastosłupa, ostrosłupa)  
potrafi stosować twierdzenie o objętości brył podobnych w rozwiązaniach prostych zadań;  
potrafi rozwiązywać zadania geometryczne dotyczące brył o średnim stopniu trudności, z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii;

### **Wymagania na ocenę bardzo dobrą**

przeprowadza dowód twierdzenia o prostej prostopadłej do płaszczyzny  
rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na objętość i pole powierzchni graniastosłupa prostego  
rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na objętość i pole powierzchni ostrosłupa  
przeprowadza dowód twierdzenia o trzech prostych prostopadłych  
rozwiązuje zadania dotyczące przekrojów wielościanów z wykorzystaniem poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii  
wykorzystuje wiadomości z analizy matematycznej w rozwiązaniach zadań ze stereometrii, w zakresie wielościanów  
  
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne dotyczące brył, z wykorzystaniem poznanych twierdzeń

## VII. GEOMETRIA PRZESTRZENNA. BRYŁY OBROTOWE

1	Walec
2	Stożek
3	Kula i sfera
4	Bryły obrotowe – zadania różne
5	Podobieństwo figur w przestrzeni
6	Zastosowanie analizy matematycznej w rozwiązywaniu zadań z geometrii przestrzennej

### **Wymagania na ocenę dopuszczającą**

zna określenie walca; umie wskazać: podstawy, powierzchnię boczną, tworzącą, oś obrotu walca

rozumie określenie "przekrój osiowy walca"

zna określenie stożka; umie wskazać: podstawę, powierzchnię boczną, tworzącą, wysokość, oś obrotu stożka;

rozpoznaje w walcach i stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą) oraz oblicza miary tych kątów

zna określenie kuli

rozumie pojęcie objętości bryły

umie obliczyć objętość i pole powierzchni brył obrotowych (stożka, kuli, walca)

### **Wymagania na ocenę dostateczną**

potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące brył, w tym z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych wcześniej twierdzeń z geometrii płaskiej

rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej walca oraz powierzchni bocznej stożka

stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości brył obrotowych (stożka, kuli, walca)

wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych

potrafi stosować twierdzenie o objętości brył podobnych

w rozwiązaniach prostych zadań

### **Wymagania na ocenę dobrą**

określa, jaką figurą jest dany przekrój sfery płaszczyzną

potrafi obliczyć pole powierzchni przekroju bryły daną płaszczyzną (walca, stożka, kuli);

potrafi stosować twierdzenie o objętości brył podobnych w rozwiązaniach zadań

potrafi rozwiązywać zadania geometryczne dotyczące brył o średnim stopniu trudności, z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii

### **Wymagania na ocenę bardzo dobrą**

potrafi rozwiązywać zadania, w których jedna bryła jest wpisana w drugą lub opisana na niej (ostrosłup wpisany w kulę; kula wpisana w stożek, ostrosłup opisany na kuli, walec wpisany w stożek itp.)

rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące brył obrotowych (stożka, kuli, walca)

rozwiązuje zadania z geometrii przestrzennej stosując analizę matematyczną

## **Wymagania na ocenę celującą**

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne dotyczące brył, z wykorzystaniem poznanych twierdzeń wyprowadza wzory na objętość i pole powierzchni nietypowych brył, np. stożka ściętego rozwiązuje zadania nietypowe z geometrii przestrzennej stosując analizę matematyczną

## **VIII. Próbne badanie osiągnięć ucznia**

Realizowane na podstawie zewnętrznych arkuszy egzaminacyjnych np. Operon, CKE

### **UWAGI:**

- 1. Ocenę wyższą otrzymuje uczeń spełniający łącznie wymagania edukacyjne określone dla ocen niższych np. ocenę dobrą otrzymuje uczeń spełniający wymagania edukacyjne na ocenę dopuszczającą, dostateczną oraz dobrą.**
- 2. Ocenę niedostateczną otrzymuje uczeń, który nie spełnia wymagań na poszczególne pozytywne oceny.**
- 3. W przypadku nie zrealizowania tematów lekcji (zagadnień) w I okresie będą one realizowane po klasyfikacji śródrocznej. W tym przypadku obowiązują również wymagania edukacyjne dla tych tematów (zagadnień).**