

# Wymagania edukacyjne niezbędne do otrzymania przez ucznia śródrocznej i rocznej oceny klasyfikacyjnej z matematyki

KLASA 3  
ZAKRES ROZSZERZONY

## Wymagania edukacyjne niezbędne do otrzymania przez ucznia śródrocznej oceny klasyfikacyjnej

Przyjmujemy, że uczeń spełnia wymagania na ocenę wyższą, jeśli spełnia jednocześnie wymagania na ocenę niższą oraz dodatkowe wymagania.

**Wymagania na ocenę dopuszczającą.**

**Wymagania na ocenę dostateczną zawierają wymagania na ocenę dopuszczającą.**

**Wymagania na ocenę dobrą zawierają wymagania na ocenę dostateczną i dopuszczającą**

**Wymagania na ocenę bardzo dobrą zawierają wymagania na ocenę dobrą, dostateczną i dopuszczającą**

**Wymagania na ocenę celującą zawierają wymagania na ocenę bardzo dobrą, dobrą, dostateczną i dopuszczającą**

## I. WIELOMIANY

1	Powtórzenie wiadomości o wyrażeniach algebraicznych, równaniach, potęgach i pierwiastkach z klasy 1
2	Powtórzenie wiadomości o funkcjach z klasy 1 i 2
3	Powtórzenie wiadomości o układach równań z klasy 1
4	Wielomiany jednej zmiennej rzeczywistej
5	Dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów
6	Równość wielomianów
7	Wzory skróconego mnożenia stopnia 3. Wzór $a^n - b^n$
8	Podzielność wielomianów

9	Dzielenie wielomianów przez dwumian liniowy. Schemat Hornera
10	Dzielenie wielomianów przez wielomiany stopnia większego od 1
11	Pierwiastek wielomianu. Twierdzenie Bezouta
12	Pierwiastki wymierne wielomianu
13	Pierwiastek wielokrotny
14	Rozkład wielomianu na czynniki
15	Równania wielomianowe
16	Zadania prowadzące do równań wielomianowych
17	Równania wielomianowe z parametrem
18	Funkcje wielomianowe
19	Nierówności wielomianowe

### **Wymagania na ocenę dopuszczającą:**

**Uczeń:**

#### **WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE**

zna pojęcia: jednomianu, jednomianów podobnych, wyrażenia algebraicznego;  
 rozumie zasadę redukowania wyrazów podobnych;  
 potrafi dodawać i odejmować sumy algebraiczne;  
 potrafi mnożyć sumy algebraiczne przez jednomiany;  
 obliczać wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych;  
 sprowadza wyrażenia algebraiczne do najprostszej postaci i oblicza ich wartości dla podanych wartości zmiennych;  
 potrafi wyłączać wspólny czynnik z różnych wyrażeń;

#### **POTĘGI I PIERWIASTKI**

potrafi wykonywać działania na potęgach o wykładniku naturalnym, całkowitym i wymiernym;  
 zna prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych i stosuje je w obliczeniach;  
 zna pojęcie pierwiastka arytmetycznego z liczby nieujemnej i potrafi stosować prawa działań na pierwiastkach w obliczeniach;  
 potrafi obliczać pierwiastki stopnia nieparzystego z liczb ujemnych;

#### **RÓWNANIA-NIERÓWNOŚCI**

wie, co to jest równanie z jedną niewiadomą;  
 wie, co to jest nierówność z jedną niewiadomą;  
 zna definicję rozwiązania równania (nierówności) z jedną niewiadomą;

#### **FUNKCJE**

potrafi odróżnić funkcję od innych przyporządkowań;  
 potrafi podać przykład funkcji;  
 potrafi opisywać funkcje na różne sposoby: wzorem, tabelką, grafem, opisem słownym;  
 potrafi naszkicować wykres funkcji liczbowej określonej słownie, grafem, tabelką, wzorem;

potrafi odróżnić wykres funkcji od krzywej, która wykresem funkcji nie jest;  
potrafi określić dziedzinę funkcji liczbowej danej wzorem (w prostych przypadkach);  
potrafi obliczyć miejsce zerowe funkcji liczbowej (w prostych przypadkach);  
potrafi obliczyć wartość funkcji liczbowej dla danego argumentu, a także obliczyć argument funkcji, gdy dana jest jej wartość;  
potrafi określić zbiór wartości funkcji w prostych przypadkach (np. w przypadku, gdy dziedzina funkcji jest zbiorem skończonym);

## Funkcja liniowa

wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi nazywamy proporcjonalnością prostą;  
potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności;  
rozwiązuje zadania tekstowe z zastosowaniem proporcjonalności prostej;  
zna pojęcie i wzór funkcji liniowej;  
potrafi interpretować współczynniki we wzorze funkcji liniowej (monotoniczność, położenie wykresu funkcji liniowej w ćwiartkach układu współrzędnych, zależność współrzędnych punktu przecięcia wykresu z osią  $y$  od współczynnika  $b$ );  
potrafi sporządzić wykres funkcji liniowej danej wzorem;  
potrafi wyznaczyć algebraicznie i graficznie zbiór tych argumentów, dla których funkcja liniowa przyjmuje wartości dodatnie (ujemne, niedodatnie, nieujemne);  
potrafi sprawdzić algebraicznie, czy punkt o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji liniowej;  
potrafi podać własności funkcji liniowej na podstawie wykresu tej funkcji;  
zna twierdzenie o współczynniku kierunkowym (wzór);  
potrafi znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach;  
potrafi napisać wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie;

## Funkcja kwadratowa

potrafi naszkicować wykres funkcji kwadratowej określonej wzorem  $y = ax^2$ , gdzie  $a \neq 0$ , oraz omówić jej własności na podstawie wykresu;  
zna wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej i kanonicznej;  
potrafi, bez użycia wzorów w wybranych przypadkach, obliczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej lub uzasadnić, że funkcja kwadratowa nie ma miejsc zerowych;  
potrafi obliczyć współrzędne wierzchołka paraboli na podstawie poznanego wzoru oraz na podstawie znajomości miejsc zerowych funkcji kwadratowej;  
potrafi na podstawie wykresu podać własności funkcji kwadratowej oraz odczytać zbiór tych argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie czy ujemne;

zna wzór funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej  $y = a(x - x_1)(x - x_2)$ , gdzie  $a \neq 0$   
zna wzory pozwalające obliczyć: wyróżnik funkcji kwadratowej, współrzędne wierzchołka paraboli, miejsca zerowe funkcji kwadratowej (o ile istnieją)  
odczytuje wartości pierwiastków na podstawie postaci iloczynowej  
potrafi obliczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej lub uzasadnić, że funkcja kwadratowa nie ma miejsc zerowych;  
potrafi sprawnie zamieniać wzór funkcji kwadratowej (wzór w postaci kanonicznej na wzór w postaci ogólnej i odwrotnie, wzór w postaci iloczynowej na wzór w postaci kanonicznej itp.)  
interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, w postaci ogólnej i w postaci iloczynowej (o ile istnieje)  
potrafi naszkicować wykres dowolnej funkcji kwadratowej, korzystając z jej wzoru;  
potrafi na podstawie wykresu funkcji kwadratowej omówić jej własności;  
potrafi algebraicznie rozwiązywać równania kwadratowe z jedną niewiadomą;  
potrafi graficznie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą;  
rozwiązuje algebraicznie nierówność kwadratową, jeżeli  $\Delta > 0$

## Proporcjonalność odwrotna

zna i rozumie pojęcie wielkości odwrotnie proporcjonalnych;  
wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi, nazywamy proporcjonalnością odwrotną;  
potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności;  
rozumie różnice pomiędzy wielkościami wprost proporcjonalnymi a wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi;  
potrafi rozpoznać wielkości odwrotnie proporcjonalne;

## Układy równań

zna pojęcie równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;  
wie, że wykresem równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi jest prosta;  
zna pojęcie układu dwóch równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;  
zna rozumie pojęcie układu równań liniowych z dwiema niewiadomymi;  
zna metody rozwiązywania układów równań liniowych: podstawiania i przeciwnych współczynników;  
potrafi rozwiązywać algebraicznie (metodą przez podstawienie oraz metodą przeciwnych współczynników) układy dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi;

## Wielomiany

zna pojęcie jednomianu jednej zmiennej;  
potrafi wskazać jednomiany podobne;  
potrafi rozpoznać wielomian jednej zmiennej rzeczywistej;  
potrafi uporządkować wielomian (malejąco lub rosnąco);  
potrafi określić stopień wielomianu jednej zmiennej;  
potrafi podać przykład wielomianu uporządkowanego, określonego stopnia  
potrafi obliczyć wartość wielomianu dla danego argumentu;  
potrafi obliczyć wartość wielomianu dla danej wartości zmiennej;  
potrafi wykonać dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów;  
rozumie pojęcie wielomianów równych i potrafi podać przykłady takich wielomianów;  
potrafi rozpoznać wielomiany równe;  
zna następujące wzory skróconego mnożenia:  
 $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$   
 $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$   
 $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ ;  
zna wzór  $a^n - b^n$   
potrafi podzielić wielomian przez dwumian  
potrafi podzielić wielomian przez dowolny wielomian;  
potrafi określić krotność pierwiastka wielomianu;  
zna twierdzenie Bezouta;  
zna twierdzenie o reszcie;  
potrafi rozłożyć wielomian na czynniki poprzez wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias, zastosowanie wzorów skróconego mnożenia, zastosowanie metody grupowania wyrazów;

## **Wymagania na ocenę dostateczną**

Uczeń:

## WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE

zna metodę grupowania wyrazów;

potrafi zapisać wyrażenie algebraiczne w postaci iloczynu sum algebraicznych, stosując metodę grupowania wyrazów w sytuacjach typowych;

potrafi sprawnie posługiwać się wzorami skróconego mnożenia:

- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

wykonuje działania na wyrażeniach, które zawierają wymienione wzory skróconego mnożenia;

potrafi usuwać niewymierność z mianownika ułamka, stosując wzór skróconego mnożenia (różnicę kwadratów dwóch wyrażeń);

## POTĘGI I PIERWIASKI

potrafi przeprowadzić dowód niewymierności  $\sqrt{2}$ ;

usunąć niewymierność z mianownika, który jest pierwiastkiem kwadratowym;

usunąć niewymierność z mianownika, który jest sumą lub różnicą zawierającą w zapisie pierwiastek kwadratowy;

## RÓWNANIA-NIERÓWNOŚCI

wie, jakie równanie nazywamy równaniem sprzecznym, a jakie równaniem tożsamościowym;

wie, jaką nierówność nazywamy sprzeczną, a jaką nierównością tożsamościową;

zna twierdzenia pozwalające przekształcać w sposób równoważny równania i nierówności;

potrafi rozwiązywać równania z jedną niewiadomą metodą równań równoważnych;

potrafi rozwiązywać nierówności z jedną niewiadomą metodą nierówności równoważnych;

## FUNKCJE

potrafi na podstawie wykresu funkcji liczbowej odczytać jej własności, takie jak:

- a) dziedzinę funkcji
- b) zbiór wartości funkcji
- c) miejsca zerowe funkcji
- d) argument funkcji, gdy dana jest wartość funkcji
- e) wartość funkcji dla danego argumentu
- f) przedziały, w których funkcja jest rosnąca, malejąca, stała
- g) zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne, niedodatnie, nieujemne
- h) najmniejszą oraz największą wartość funkcji;

potrafi interpretować informacje *na podstawie wykresów funkcji* lub ich wzorów (np. dotyczące różnych zjawisk przyrodniczych, ekonomicznych, socjologicznych, fizycznych);

potrafi przetwarzać informacje dane w postaci wzoru *lub wykresu funkcji*;

### Funkcja liniowa

potrafi naszkicować wykres funkcji kawałkami liniowej i na jego podstawie omówić własności danej funkcji;

potrafi wyznaczyć algebraicznie miejsca zerowe funkcji kawałkami liniowej oraz współrzędne punktu wspólnego wykresu funkcji i osi OY;

potrafi wyznaczyć algebraicznie zbiór tych argumentów, dla których funkcja kawałkami liniowa przyjmuje wartości dodatnie (ujemne);

potrafi obliczyć wartość funkcji kawałkami liniowej dla podanego argumentu;

potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych;

potrafi stosować wiadomości o funkcji liniowej do opisu zjawisk z życia codziennego (podać opis matematyczny zjawiska w postaci wzoru funkcji liniowej, odczytać informacje z wykresu lub wzoru, zinterpretować je, przeanalizować i przetworzyć);

## Funkcja kwadratowa

potrafi zastosować własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania prostych zadania optymalizacyjnych;  
potrafi rozwiązywać zadania prowadzące do równań kwadratowych z jedną niewiadomą (w tym także zadania geometryczne);  
potrafi przeanalizować zjawisko z życia codziennego opisane wzorem (wykresem) funkcji kwadratowej;

## Proporcjonalność odwrotna

rozwiązuje zadania z zastosowaniem proporcjonalności odwrotnej;  
potrafi rozwiązywać proste zadania z kontekstem praktycznym z zastosowaniem wielkości odwrotnie proporcjonalnych;  
potrafi narysować wykres funkcji;  
potrafi opisać własności funkcji;

## Układy równań

potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych;  
zna pojęcia: układ oznaczony, nieoznaczony, sprzeczny i umie podać ich interpretację geometryczną;  
umie rozpoznać układy równań: oznaczonych, nieoznaczonych, sprzecznych;  
potrafi opisać zbiór rozwiązań układu nieoznaczonego;

## Wielomiany

potrafi sprawdzić czy wielomiany są równe;  
potrafi rozwiązywać proste zadania, w których wykorzystuje się twierdzenie o równości wielomianów;  
sprawnie przekształca wyrażenia zawierające wzory skróconego mnożenia stopnia 3;  
potrafi usunąć niewymierność z mianownika ułamka, stosując wzór skróconego mnożenia na sumę (różnicę sześcianów)  
potrafi zastosować wzór  $an - bn$   
potrafi podzielić wielomian przez dwumian liniowy za pomocą schematu Hornera;  
potrafi sprawdzić, czy podana liczba jest pierwiastkiem wielomianu;  
potrafi stosować twierdzenie Bezouta w rozwiązywaniu zadań;  
potrafi stosować twierdzenie o reszcie w rozwiązywaniu zadań;  
potrafi wyznaczyć wielomian, który jest resztą z dzielenia wielomianu o danych własnościach przez inny wielomian;  
potrafi rozłożyć wielomian na czynniki gdy ma podany jeden z pierwiastków wielomianu i konieczne jest znalezienie pozostałych z wykorzystaniem twierdzenia Bezouta;  
potrafi rozwiązywać równania wielomianowe, które wymagają umiejętności rozkładania wielomianów na czynniki poprzez wyłączanie wspólnego czynnika przed nawias, zastosowanie wzorów skróconego mnożenia lub metody grupowania wyrazów;  
potrafi rozwiązywać nierówności wielomianowe (korzystając z siatki znaków, posługując się przybliżonym wykresem funkcji wielomianowej) w przypadku gdy wielomian jest przedstawiony w postaci iloczynowej;

## Wymagania na ocenę dobrą

### WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE

potrafi mnożyć sumy algebraiczne;  
potrafi budować i nazywać wyrażenia algebraiczne o złożonej konstrukcji;  
potrafi rozłożyć wyrażenia na czynniki metodą grupowania wyrazów lub za pomocą wzorów skróconego mnożenia;

### POTĘGI I PIERWIASTKI

sprawnie przekształca wyrażenia algebraiczne zawierające potęgi i pierwiastki;  
sprawnie zamienia pierwiastki arytmetyczne na potęgi o wykładniku wymiernym i odwrotnie;  
sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym;  
potrafi wyłączać wspólną potęgę poza nawias;

### RÓWNANIA-NIERÓWNOŚCI

potrafi podać przykład równania sprzecznego oraz równania tożsamościowego;

### FUNKCJE

potrafi podać argumenty, dla których wartości funkcji spełniają określone warunki;  
potrafi określić dziedzinę funkcji liczbowej danej wzorem w przypadku, gdy wyznaczenie dziedziny funkcji wymaga rozwiązania koniunktacji warunków, dotyczących mianowników lub pierwiastków stopnia drugiego, występujących we wzorze;  
potrafi obliczyć miejsca zerowe funkcji opisanej wzorem;  
potrafi stosować wiadomości o funkcji do opisywania zależności w przyrodzie, gospodarce i życiu codziennym;  
potrafi podać opis matematyczny prostej sytuacji w postaci wzoru funkcji;  
potrafi naszkicować wykres funkcji o zadanych własnościach;

### Funkcja liniowa

potrafi udowodnić, na podstawie definicji, niektóre własności funkcji liniowej, takie jak: monotoniczność, różnowartościowość itp.;

potrafi wyznaczać parametr we współczynnikach wzoru funkcji liniowej, znając jej miejsce zerowe lub punkt należący do jej wykresu;

### Funkcja kwadratowa

potrafi opisywać zależności między wielkościami za pomocą funkcji kwadratowej;  
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania tekstowe z kontekstem praktycznym, stosując funkcję kwadratową;  
potrafi rozwiązywać zadania optymalizacyjne  
potrafi rozwiązywać równania prowadzące do równań kwadratowych

### Układy równań

potrafi opisywać treści zadań problemowych za pomocą układów równań oraz przedstawiać ich rozwiązania;

### Wielomiany

potrafi wyznaczyć wartość parametru dla którego wielomiany są równe;

potrafi sprawnie wykonywać działania na wielomianach;  
rozkłada wyrażenia na czynniki stosując wzory skróconego mnożenia na sześciany;  
stosuje wzory skróconego mnożenia na sześciany do rozwiązywania różnych zadań;  
przeprowadza dowody algebraiczne z wykorzystaniem wzorów skróconego mnożenia stopnia wyższego niż 2;  
potrafi wykorzystać podzielność wielomianów w rozwiązywaniu zadań;  
zna i potrafi stosować twierdzenie o wymiernych pierwiastkach wielomianu o współczynnikach całkowitych;  
potrafi sprawnie rozkładać wielomiany na czynniki (w tym stosując „metodę prób”);  
potrafi rozwiązywać równania i nierówności wielomianowe;

## ***Wymagania na ocenę bardzo dobrą***

### **WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE**

potrafi zapisać wyrażenie algebraiczne w postaci iloczynu sum algebraicznych, w sytuacjach wymagających nietypowego pogrupowania wyrazów;

### **POTĘGI I PIERWIASTKI**

potrafi oszacować wartość potęgi o wykładniku rzeczywistym;  
potrafi przeprowadzić dowód niewymierności  $\sqrt{3}, \sqrt{5}, \dots$ ;  
porównywać wyrażenia zawierające pierwiastki;

### **RÓWNANIA-NIERÓWNOŚCI**

potrafi wskazać przykład nierówności sprzecznej oraz nierówności tożsamościowej;  
wie, kiedy dwa równania (dwie nierówności) są równoważne i potrafi wskazać równania (nierówności) równoważne;

### **FUNKCJE**

potrafi (na podstawie definicji) udowodnić, że funkcja jest rosnąca (malejąca) w danym zbiorze;  
potrafi naszkicować wykres funkcji o zadanych własnościach;  
potrafi (na podstawie definicji) udowodnić, że funkcja jest rosnąca (malejąca) w danym zbiorze;  
potrafi dopasować wykres funkcji do jej opisu słownego;  
potrafi rozwiązywać zadania praktyczne z zastosowaniem własności funkcji;

### **Funkcja liniowa**

potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania liniowego z parametrem (z dwoma parametrami) interpretującego liczbę miejsc zerowych/monotoniczność funkcji liniowej;  
rozwiązywać trudniejsze zadania z kontekstem praktycznym dotyczące funkcji liniowej;

### **Funkcja kwadratowa**

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania optymalizacyjne wykorzystujące własności funkcji kwadratowej.  
potrafi rozwiązywać zadania z parametrem o podwyższonym stopniu trudności dotyczące własności funkcji kwadratowej;  
potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie dotyczące własności funkcji kwadratowej;

### **Proporcjonalność odwrotna**

potrafi rozwiązywać zadania niestandardowe z kontekstem praktycznym z zastosowaniem wielkości odwrotnie proporcjonalnych;



## Układy równań

potrafi wyznaczać wartość parametru, aby rozwiązaniem układu była wskazana para liczb;  
potrafi przedstawić ilustrację graficzną układu równań oznaczonych, nieoznaczonych, sprzecznych;

## Wielomiany

potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności wielomianowych;

## *Wymagania na ocenę celującą*

### WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE

potrafi wykorzystać pojęcie logarytmu w zadaniach praktycznych;

### POTĘGI I PIERWIĄSTKI

potrafi sprawnie działać na wyrażeniach zawierających potęgi i pierwiastki z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia;  
potrafi sprawnie rozkładać wyrażenia zawierające potęgi i pierwiastki na czynniki, stosując jednocześnie wzory skróconego mnożenia i metodę grupowania wyrazów;  
potrafi rozwiązywać niestandardowe zadania tekstowe z kontekstem praktycznym z zastosowaniem potęg o wykładnikach całkowitych;

### FUNKCJE

potrafi ( na podstawie definicji) wykazać różnowartościowość danej funkcji;  
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące własności funkcji;  
rozwiązuje zadania nietypowe dotyczące funkcji liniowej o podwyższonym stopniu trudności;

### funkcja kwadratowa

potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące funkcji kwadratowej, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów.

### proporcjonalność odwrotna

potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące proporcjonalności odwrotnej, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów.

### proporcjonalność odwrotna

potrafi opisywać treści zadań niestandardowych za pomocą układów równań oraz przedstawiać ich rozwiązania;  
potrafi rozwiązać układy trzech (i więcej) układów równań liniowych z trzema (czterema) niewiadomymi;  
potrafi wyznaczyć wartość parametru dla którego podany układ równań jest oznaczony, nieoznaczony albo sprzeczny;

## Wielomiany

potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące wielomianów, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów

## II. UŁAMKI ALGEBRAICZNE. RÓWNANIA WYMIERNE

1	Ułamek algebraiczny. Skracanie i rozszerzanie ułamków algebraicznych.
2	Dodawanie i odejmowanie ułamków algebraicznych
3	Mnożenie i dzielenie ułamków algebraicznych
4	Działania na ułamkach algebraicznych
5	Równania wymierne
6	Zadania tekstowe prowadzące do równań wymiernych
7	Nierówności wymierne
8	Zadania na dowodzenie z zastosowaniem średniej arytmetycznej, średniej geometrycznej i średniej kwadratowej kilku liczb
9	Funkcja homograficzna
10	Funkcje wymierne
11	Powtórzenie wiadomości o przekształceniach wykresów funkcji z klasy 2

### ***Wymagania na ocenę dopuszczającą***

Uczeń:

#### Ułamki algebraiczne. Równania wymierne.

zna pojęcie ułamka algebraicznego jednej zmiennej  
potrafi wyznaczyć dziedzinę ułamka algebraicznego  
potrafi podać przykład ułamka algebraicznego o zadanej dziedzinie  
potrafi wykonywać działania na ułamkach algebraicznych, takie jak: skracanie ułamków, rozszerzanie ułamków, dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie ułamków algebraicznych, określając warunki wykonalności tych działań  
potrafi wykonywać działania łączne na ułamkach algebraicznych  
zna definicję równania wymiernego  
potrafi rozwiązywać proste równania wymierne  
zna definicję nierówności wymiernej  
potrafi rozwiązywać proste nierówności wymierne  
wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi, nazywamy proporcjonalnością odwrotną  
potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności  
wyznacza równania osi symetrii oraz współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej danym równaniem  
zna definicję funkcji wymiernej  
potrafi określić dziedzinę funkcji wymiernej  
zna definicję funkcji homograficznej  $y=(ax+b)/(cx+d)$ , gdzie  $c \neq 0$  i  $ad-cb \neq 0$   
potrafi przekształcić wzór funkcji  $y=(ax+b)/(cx+d)$ , gdzie  $c \neq 0$  i  $ad-cb \neq 0$  do postaci  $y=k/(x-p)+q$

potrafi naszkicować wzór funkcji  $y=k/(x-p)+q$   
potrafi obliczyć miejsce zerowe funkcji homograficznej oraz współrzędne punktu wspólnego wykresu funkcji i osi OY  
potrafi wyznaczyć przedziały monotoniczności funkcji  $y=k/(x-p)+q$

### Przekształcenia wykresów funkcji.

zna określenie wektora i potrafi podać jego cechy;  
potrafi obliczyć współrzędne wektora, mając dane współrzędne początku i końca wektora  
potrafi wyznaczyć długość wektora (odległość między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej)  
zna określenie wektorów równych i wektorów przeciwnych  
potrafi wykonywać działania na wektorach: dodawanie, odejmowanie oraz mnożenie przez liczbę (analitycznie)  
potrafi podać współrzędne punktu, który jest obrazem danego punktu w symetrii osiowej względem osi OX oraz osi OY  
potrafi podać współrzędne punktu, który jest obrazem danego punktu w symetrii środkowej względem punktu (0,0)  
potrafi narysować wykres funkcji  $y = f(x) + q$ ,  $y = f(x - p)$ ,  
 $y = f(x - p) + q$ ,  $y = -f(x)$ ,  $y = f(-x)$  oraz  $y = -f(-x)$  w przypadku, gdy dany jest wykres funkcji  $y = f(x)$

### ***Wymagania na ocenę dostateczną***

Uczeń:

### Ułamki algebraiczne. Równania wymierne.

potrafi rozwiązywać proste zadania na dowodzenie z zastosowaniem ułamków algebraicznych  
potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do prostych równań wymiernych  
rozwiązuje zadania z zastosowaniem proporcjonalności odwrotnej  
rozwiązuje proste zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernych  
potrafi rozwiązywać proste zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej

### Przekształcenia wykresów funkcji.

potrafi obliczyć współrzędne początku wektora (końca wektora), gdy dane ma współrzędne wektora oraz współrzędne końca (początku) wektora  
potrafi stosować własności wektorów równych i przeciwnych do rozwiązywania zadań  
potrafi podać współrzędne punktu, który jest obrazem danego punktu w przesunięciu równoległym o dany wektor  
potrafi narysować wykres funkcji  $y = f(x) + q$ ,  $y = f(x - p)$ ,  $y = f(x - p) + q$ ,  $y = -f(x)$ ,  $y = f(-x)$  oraz  $y = -f(-x)$  w przypadku, gdy dany jest wykres funkcji  $y = f(x)$   
umie podać własności funkcji:  $y = f(x) + q$ ,  $y = f(x - p)$ ,  $y = f(x - p) + q$ ,  $y = -f(x)$ ,  $y = f(-x)$ ,  $y = -f(-x)$  w oparciu o dane własności funkcji  $y = f(x)$   
potrafi zapisać wzór funkcji, której wykres otrzymano w wyniku przekształcenia wykresu funkcji  $f$  przez symetrię osiową względem osi OX, symetrię osiową względem osi OY, symetrię środkową względem początku układu współrzędnych, przesunięcie równoległe o dany wektor.

### ***Wymagania na ocenę dobrą***

Uczeń:

## Ułamki algebraiczne. Równania wymierne.

potrafi sprawnie wykonywać działania łączne na ułamkach algebraicznych  
potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne  
potrafi rozwiązywać zadania dotyczące własności funkcji wymiernej (w tym z parametrem)  
potrafi dowodzić własności funkcji wymiernej  
potrafi napisać wzór funkcji homograficznej na podstawie informacji o jej wykresie  
potrafi naszkicować wykres funkcji homograficznej z wartością bezwzględną i na podstawie wykresu funkcji opisać własności funkcji  
potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania wymiernego z wartością bezwzględną i parametrem, na podstawie wykresu funkcji homograficznej, we wzorze której występuje wartość bezwzględna  
potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności wymiernych

## Przekształcenia wykresów funkcji.

potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności  
potrafi stosować własności przekształceń geometrycznych przy rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności  
potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności

## ***Wymagania na ocenę bardzo dobrą***

*Uczeń:*

## Ułamki algebraiczne. Równania wymierne.

potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie z zastosowaniem ułamków algebraicznych (w tym zadania dotyczące związków pomiędzy średnimi: arytmetyczną, geometryczną, średnią kwadratową)  
potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne z wartością bezwzględną  
potrafi rozwiązywać układy równań i nierówności wymiernych (także z wartością bezwzględną)  
potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne z parametrem  
potrafi rozwiązywać układy równań i nierówności wymiernych  
potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące własności funkcji homograficznej

## Przekształcenia wykresów funkcji.

wie, jakie wektory są równe, a jakie przeciwne;  
potrafi wektory dodawać, odejmować i mnożyć przez liczbę;  
zna prawa dotyczące działań na wektorach;  
potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;  
potrafi naszkicować wykres funkcji, którego sporządzenie wymaga kilku poznanych przekształceń  
potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań typowych o podwyższonym stopniu trudności  
potrafi stosować własności przekształceń geometrycznych przy rozwiązywaniu zadań o podwyższonym stopniu trudności

## ***Wymagania na ocenę celującą***

Uczeń:

#### Ułamki algebraiczne. Równania wymierne.

potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania wymiernego z parametrem  
potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące funkcji wymiernych wymagające zastosowania niekonwencjonalnych metod

#### Przekształcenia wykresów funkcji.

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania (o podwyższonym stopniu trudności), dotyczące przekształceń wykresów funkcji oraz własności funkcji

### III. CIĄGI

1	Przypomnienie wiadomości o równaniach i nierównościach z wartością bezwzględną i z parametrem z klasy 2
2	Określenie ciągu. Sposoby opisywania ciągów
3	Monotoniczność ciągów
4	Ciąg arytmetyczny
5	Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
6	Ciąg geometryczny
7	Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
8	Ciąg arytmetyczny i geometryczny – zadania różne
9	Lokaty pieniężne i kredyty bankowe
10	Granica ciągu liczbowego
11	Obliczanie granic ciągów zbieżnych
12	Wybrane własności ciągów zbieżnych
13	Ciągi rozbieżne do nieskończoności
14	Szereg geometryczny

### Wymagania na ocenę dopuszczającą

Uczeń:

#### Równania i nierówności z wartością bezwzględną i z parametrem

zna definicję wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej i jej interpretację geometryczną  
potrafi obliczyć wartość bezwzględną liczby  
umie zapisać i obliczyć odległość na osi liczbowej między dwoma dowolnymi punktami  
rozwiązuje proste równania z wartością bezwzględną typu  
 $|x - a| = b$   
zaznacza na osi liczbowej liczby o danej wartości bezwzględnej

#### Ciągi

zna definicję ciągu (ciągu liczbowego)  
potrafi wyznaczyć dowolny wyraz ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym  
wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych  
potrafi narysować wykres ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym  
potrafi podać przykłady ciągów liczbowych monotonicznych  
zna definicję ciągu arytmetycznego  
potrafi podać przykłady ciągów arytmetycznych;  
potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest arytmetyczny  
wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dany pierwszy wyraz i różnicę  
zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na  $n$ -ty wyraz ciągu arytmetycznego;  
zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na sumę  $n$  kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;  
zna definicję ciągu geometrycznego;  
potrafi podać przykłady ciągów geometrycznych  
potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest geometryczny;  
wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz  
zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na  $n$ -ty wyraz ciągu geometrycznego;  
zna i potrafi stosować wzór na sumę  $n$  kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;  
potrafi stosować procent prosty i składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów;  
oblicza wysokość kapitału przy różnym okresie kapitalizacji  
rozumie intuicyjnie pojęcie granicy ciągu liczbowego zbieżnego;  
zna i potrafi stosować twierdzenie o działaniach arytmetycznych na granicach ciągów zbieżnych;  
potrafi obliczyć granicę ciągu liczbowego (proste przykłady);  
potrafi odróżnić ciąg geometryczny od szeregu geometrycznego;  
zna warunek na zbieżność szeregu geometrycznego i wzór na sumę szeregu;  
sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny

## Wymagania na ocenę dostateczną

### Uczeń:

#### Równania i nierówności z wartością bezwzględną i z parametrem

potrafi zaznaczyć na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności z wartością bezwzględną typu:  $|x - a| = b$ ,  $|x - a| < b$ ,  $|x - a| > b$   
potrafi uprościć wyrażenie z wartością bezwzględną dla zmiennej z danego przedziału  
potrafi na podstawie zbioru rozwiązań nierówności z wartością bezwzględną zapisać tę nierówność  
wyznacza na osi liczbowej współrzędne punktu odległego od punktu o danej współrzędnej o daną wartość

#### Ciągi

wyznacza wyraz  $a_{n+1}$  ciągu określonego wzorem ogólnym  
bada w prostych przypadkach czy ciąg liczbowego jest rosnący czy malejący  
potrafi wyznaczyć wyrazy ciągu o podanej wartości  
wyznacza wzór ogólny ciągu mając danych kilka jego wyrazów  
potrafi wykorzystać średnią arytmetyczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu arytmetycznego;  
stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań tekstowych  
określa monotoniczność ciągu arytmetycznego  
wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy  
wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy  
potrafi wykorzystać średnią geometryczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu geometrycznego;  
potrafi wyznaczyć ciąg arytmetyczny (geometryczny) na podstawie wskazanych danych;  
stosuje własności ciągu geometrycznego do rozwiązywania zadań tekstowych

potrafi rozwiązywać proste zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych;  
potrafi zbadać warunek na istnienie sumy szeregu geometrycznego (proste przykłady)  
potrafi obliczać sumę szeregu geometrycznego (zamiana ułamka okresowego na ułamek zwykły, proste równania i nierówności wymierne, proste zadania geometryczne);  
wyznacza początkowe wyrazy ciągu określone rekurencyjnie  
wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, mając dany wzór ogólny  
oblicza oprocentowanie lokaty  
określa okres oszczędzania  
bada, ile wyrazów danego ciągu jest większych/mniejszych od danej liczby  
oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych  
oblicza sumę szeregu geometrycznego zbieżnego

## ***Wymagania na ocenę dobrą***

### **Uczeń:**

Równania i nierówności z wartością bezwzględną i z parametrem

rozwiązuje równania oraz nierówności z wartością bezwzględną metodą graficzną

### **Ciągi**

wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był ciągiem monotonicznym  
wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki  
potrafi zbadać na podstawie definicji monotoniczność ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym;  
wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny  
wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był arytmetyczny  
potrafi wyprowadzić wzór na sumę  $n$  kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego  
stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań, również w kontekście praktycznym  
określa monotoniczność ciągu geometrycznego  
wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg geometryczny  
potrafi wyprowadzić wzór na sumę  $n$  kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego  
stosuje średnią geometryczną do rozwiązywania zadań  
wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był geometryczny  
potrafi rozwiązywać zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych;  
potrafi określić ciąg wzorem rekurencyjnym  
potrafi wyznaczyć wyrazy ciągu określonego wzorem rekurencyjnym  
rozwiązuje zadania związane z kredytami, również umieszczone w kontekście praktycznym  
oblicza granice niewłaściwe ciągów, korzystając z twierdzenia o własnościach granic ciągów rozbieżnych  
zna definicję i rozumie pojęcie granicy ciągu liczbowego zbieżnego  
zna i potrafi stosować twierdzenia dotyczące własności ciągów zbieżnych  
stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym

## **Wymagania na ocenę bardzo dobrą**

### **Uczeń:**

#### **Równania i nierówności z wartością bezwzględną i z parametrem**

potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania liniowego z parametrem  
rozwiązuje algebraicznie i graficznie równania oraz nierówności z wartością bezwzględną o podwyższonym stopniu trudności

#### **Ciągi**

potrafi wykazać na podstawie definicji, że dana liczba jest granicą ciągu  
potrafi obliczać granice różnych ciągów zbieżnych;  
potrafi obliczać granice niewłaściwe różnych ciągów rozbieżnych do nieskończoności;  
rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego  
potrafi rozwiązywać zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych o podwyższonym stopniu trudności  
stosuje średnią geometryczną w dowodzeniu  
rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu  
zna, rozumie i potrafi zastosować twierdzenie o trzech ciągach do obliczenia granicy danego ciągu  
potrafi rozwiązywać różne zadania z zastosowaniem wiadomości o szeregu geometrycznym zbieżnym.

## **Wymagania na ocenę celującą**

### **Uczeń:**

#### **Równania i nierówności z wartością bezwzględną i z parametrem**

rozwiązuje zadanie nietypowe, o podwyższonym stopniu trudności;

#### **Ciągi**

potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie, w których jest mowa o ciągach

## **IV. KOMBINATORYKA. DWUMIAN NEWTONA. TRÓJKĄT PASCALA**

1	Reguła mnożenia i reguła dodawania
2	Wariacje
3	Permutacje



4	Kombinacje
5	Kombinatoryka – zadania różne
6	Symbol Newtona. Wzór Newtona. Trójkąt Pascala

## **Wymagania na ocenę dopuszczającą**

### **Uczeń:**

zna regułę dodawania oraz regułę mnożenia;  
 zna pojęcie permutacji zbioru i umie stosować wzór na liczbę permutacji;  
 zna pojęcie wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń i umie stosować wzory na liczbę takich wariacji;  
 zna pojęcie kombinacji i umie stosować wzór na liczbę kombinacji;  
 potrafi rozwiązywać proste zadania kombinatoryczne z zastosowaniem poznanych wzorów;  
 stosuje regułę mnożenia do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek  
 przedstawia drzewo ilustrujące zbiór wyników danego doświadczenia  
 wypisuje permutacje danego zbioru  
 oblicza liczbę permutacji elementów danego zbioru  
 przeprowadza obliczenia, stosując definicję silni  
 oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń  
 oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami  
 stosuje regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek  
 zna symbol Newtona  
 oblicza wartość symbolu Newtona  
 zna własności symbolu Newtona  
 zna pojęcie trójkąta Pascala i korzysta z niego

## **Wymagania na ocenę dostateczną**

### **Uczeń:**

wykorzystuje permutacje do rozwiązywania zadań  
 wykorzystuje wariacje bez powtórzeń do rozwiązywania zadań  
 wykorzystuje wariacje z powtórzeniami do rozwiązywania zadań  
 wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań  
 umie rozwiązywać zadania kombinatoryczne o średnim stopniu trudności  
 wyznacza rozwinięcia wzoru Newtona  
 w oparciu o wzór Newtona wyznacza w rozwinięciu wartości poszczególnych wyrazów  
 rozwiązuje zadania z zastosowaniem własności symbolu Newtona

## **Wymagania na ocenę dobrą**

### **Uczeń:**

oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji  
 rozwiązuje zadania z parametrem z wykorzystaniem wzoru Newtona

## **Wymagania na ocenę bardzo dobrą**

**Uczeń:**

oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji w przypadkach wymagających rozważenia złożonego modelu zliczania elementów  
prowadzi dowody z wykorzystaniem pojęć kombinatoryki  
prowadzi dowody z wykorzystaniem symbolu Newtona, wzoru Newtona lub trójkąta Pascala

## **Wymagania na ocenę celującą**

**Uczeń:**

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące kombinatoryki

**Wymagania edukacyjne niezbędne do otrzymania przez ucznia rocznej oceny klasyfikacyjnej (obejmują wymagania edukacyjne niezbędne do otrzymania przez ucznia śródrocznej oceny klasyfikacyjnej).**

## **V. GEOMETRIA PŁASKA – CZWOROKĄTY**

1	Przypomnienie wiadomości z geometrii z klasy 1 i 2
2	Podział czworokątów. Trapezoidy
3	Trapezy
4	Równoległoboki
5	Okrąg opisany na czworokącie
6	Okrąg wpisany w czworokąt
7	Okrąg opisany na czworokącie, okrąg wpisany w czworokąt – zadania na dowodzenie
8	Podobieństwo. Czworokąty podobne

## **Wymagania na ocenę dopuszczającą**

**Uczeń:**

zna figury podstawowe (punkt, prosta, płaszczyzna, przestrzeń) i potrafi zapisać relacje między nimi;  
zna pojęcie figury wypukłej i wklęsłej; potrafi podać przykłady takich figur;  
zna pojęcie figury ograniczonej i figury nieograniczonej, potrafi podać przykłady takich figur;  
zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów;  
zna określenie kąta i podział kątów ze względu na ich miarę;  
zna pojęcie kątów przyległych i kątów wierzchołkowych oraz potrafi zastosować własności tych kątów w rozwiązywaniu prostych zadań;

umie określić położenie prostych na płaszczyźnie;  
rozumie pojęcie odległości, umie wyznaczyć odległość dwóch punktów, punktu od prostej;  
zna pojęcie dwusiecznej kąta i symetralnej odcinka, potrafi zastosować własność dwusiecznej kąta oraz symetralnej odcinka w rozwiązywaniu prostych zadań,  
umie skonstruować dwusieczną danego kąta i symetralną danego odcinka;  
zna własności kątów utworzonych między dwiema prostymi równoległymi, przeciętymi trzecią prostą i umie zastosować je w rozwiązywaniu prostych zadań;  
potrafi uzasadnić równoległość dwóch prostych, znajdując równe kąty odpowiadające;  
potrafi obliczyć sumę miar kątów w wielokącie;  
zna definicję koła i okręgu, poprawnie posługuje się terminami: promień, środek okręgu, cięciwa, średnica, łuk okręgu;  
potrafi określić wzajemne położenie prostej i okręgu, podaje poprawnie nazwy siecznej i stycznej;  
zna definicję stycznej do okręgu;  
zna twierdzenie o stycznej do okręgu;  
zna twierdzenie o odcinkach stycznych;  
umie określić wzajemne położenie dwóch okręgów;  
posługuje się terminami: kąt wpisany w koło, kąt środkowy koła;  
zna twierdzenie o stycznej i siecznej;  
zna twierdzenie o cięciwach;  
zna pojęcia okręgu opisanego na trójkącie i okręgu wpisanego w trójkąt;  
potrafi opisać okrąg na trójkącie i wpisać okrąg w trójkąt;

## ***Wymagania na ocenę dostateczną***

### ***Uczeń:***

zna twierdzenie Talesa; potrafi je stosować do podziału odcinka w danym stosunku, do konstrukcji odcinka o danej długości, do obliczania długości odcinka w prostych zadaniach;  
zna twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa i potrafi je stosować do uzasadnienia równoległości odpowiednich odcinków lub prostych;  
zna wnioski z twierdzenia Talesa i potrafi je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań;  
zna podział trójkątów ze względu na boki i kąty;  
umie określić na podstawie długości boków trójkąta, czy trójkąt jest ostrokątny, czy rozwartokątny;  
umie narysować wysokości w trójkącie i wie, że wysokości (lub ich przedłużenia) przecinają się w jednym punkcie - ortocentrum;  
zna twierdzenie o środkowych w trójkącie oraz potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań;  
zna pojęcie środka ciężkości trójkąta;  
zna twierdzenie o symetralnych boków w trójkącie;  
zna trzy cechy przystawiania trójkątów i potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań;  
zna cechy podobieństwa trójkątów; potrafi je stosować do rozpoznawania trójkątów podobnych i przy rozwiązaniach prostych zadań;  
umie obliczyć skalę podobieństwa trójkątów podobnych.

potrafi wykorzystywać twierdzenie o stycznej do okręgu przy rozwiązywaniu prostych zadań;  
zna twierdzenia dotyczące kątów wpisanych i środkowych i umie je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań  
potrafi zastosować twierdzenie o stycznej i siecznej w rozwiązywaniu prostych zadań;  
potrafi zastosować twierdzenie o cięciwach;  
rozwiązuje zadania związane z okręgiem opisanym na trójkącie  
rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny

## ***Wymagania na ocenę dobrą***

**Uczeń:**

zna pojęcie łamanej, łamanej zwyczajnej, łamanej zwyczajnej zamkniętej;  
zna definicję wielokąta;  
zna i potrafi stosować wzór na liczbę przekątnych wielokąta;  
wie, jaki wielokąt nazywamy foremnym;  
potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące sumy miar kątów wewnętrznych wielokąta wypukłego;  
potrafi udowodnić, że suma miar kątów zewnętrznych wielokąta wypukłego jest stała;  
zna zależności między bokami w trójkącie (nierówności trójkąta) i stosuje je przy rozwiązywaniu zadań;  
potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki boków w trójkącie;  
zna i umie zastosować w zadaniach własność wysokości w trójkącie prostokątnym, poprowadzonej na przeciwprostokątną;  
potrafi skonstruować styczną do okręgu, przechodzącą przez punkt leżący w odległości większej od środka okręgu niż długość promienia okręgu;  
potrafi skonstruować styczną do okręgu przechodzącą przez punkt leżący na okręgu;  
wie, co to jest kąt dopisany do okręgu;  
zna twierdzenie o kątach wpisanych i dopisanych do okręgu, opartych na tym samym łuku;  
potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące okręgów, stycznych, kątów środkowych, wpisanych i dopisanych, z zastosowaniem poznanych twierdzeń;  
potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące położenia dwóch okręgów;  
potrafi przeprowadzać konstrukcje geometryczne  
stosuje własności środka okręgu opisanego na trójkącie w zadaniach  
rozwiązuje zadania związane z okręgiem wpisanym w trójkąt;  
potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące czworokątów, w tym trapezów i równoległoboków;  
potrafi stosować twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie, w rozwiązywaniu złożonych zadań o średnim stopniu trudności;  
potrafi zastosować twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie do rozwiązania zadań o średnim stopniu trudności dotyczących trapezów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu;

## ***Wymagania na ocenę bardzo dobrą***

**Uczeń:**

potrafi udowodnić proste własności trójkątów, wykorzystując cechy przystawania trójkątów;  
potrafi uzasadnić, że symetralna odcinka jest zbiorem punktów płaszczyzny równoodległych od końców odcinka;  
potrafi uzasadnić, że każdy punkt należący do dwusiecznej kąta leży w równej odległości od ramion tego kąta;  
potrafi udowodnić twierdzenie o symetralnych boków;  
potrafi stosować cechy podobieństwa trójkątów do rozwiązania zadań z wykorzystaniem innych, wcześniej poznanych własności;  
potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące trójkątów, z zastosowaniem poznanych do tej pory twierdzeń;  
potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych;  
potrafi rozwiązywać zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej (tw. Pitagorasa, tw. Talesa,

potrafi rozwiązywać zadania dotyczące okręgów, stycznych, kątów środkowych, wpisanych i dopisanych, z zastosowaniem poznanych twierdzeń;

potrafi rozwiązywać zadania dotyczące położenia dwóch okręgów;

potrafi rozwiązywać zadania złożone, wymagające wykorzystania równocześnie kilku poznanych własności;

potrafi rozwiązywać zadania o dotyczące stycznych i siecznych;

przeprowadza dowody dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt oraz okręgu opisanego na trójkącie;

umie udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu;

potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki przekątnych trapezu;  
potrafi wyprowadzić wzór na pole czworokąta opisanego na okręgu w zależności od długości promienia okręgu i obwodu tego czworokąta;  
korzysta z wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów) do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów.

## **Wymagania na ocenę celującą**

### **Uczeń:**

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące odcinków, prostych, półprostych, kątów i kół, w tym z zastosowaniem poznanych twierdzeń;  
zna i potrafi udowodnić twierdzenie o dwusiecznych kątów przyległych;  
umie udowodnić własności figur geometrycznych w oparciu o poznane twierdzenia.  
potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, dotyczących trójkątów, z wykorzystaniem poznanych twierdzeń;  
potrafi udowodnić twierdzenie o środkowych w trójkącie;  
potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące wysokości w trójkącie prostokątnym, poprowadzonej na przeciwprostokątną.  
potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów;  
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem poznanych pojęć geometrii;  
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące odcinków, prostych, półprostych, kątów i kół, w tym z zastosowaniem poznanych twierdzeń;  
umie udowodnić twierdzenia o kątach środkowych i wpisanych w koło;  
umie udowodnić twierdzenie o kącie dopisanym do okręgu;  
umie udowodnić własności figur geometrycznych w oparciu o poznane twierdzenia.

## **VI. GEOMETRIA PŁASKA – POLE CZWOROKĄTA**

1	Pole prostokąta Pole kwadratu
2	Pole równoległoboku. Pole rombu
3	Pole trapezu
4	Pole czworokąta
5	Pola figur podobnych
6	Mapa. Skala mapy

## **Wymagania na ocenę dopuszczającą**

### **Uczeń:**

zna twierdzenie o polach figur podobnych;  
zna twierdzenie sinusów;  
zna twierdzenie cosinusów;  
rozumie pojęcie pola figury; zna wzór na pole kwadratu i pole prostokąta;  
zna co najmniej 4 wzory na pola trójkąta;  
potrafi obliczyć wysokość trójkąta, korzystając ze wzoru na pole;  
zna twierdzenie o polach figur podobnych;

zna wzór na pole koła i pole wycinka koła;  
wie, że pole wycinka koła jest wprost proporcjonalne do miary odpowiadającego mu kąta środkowego koła i jest wprost proporcjonalne do długości odpowiadającego mu łuku okręgu oraz umie zastosować tę wiedzę przy rozwiązywaniu prostych zadań  
potrafi zastosować wzory na pole kwadratu i prostokąta w rozwiązaniach prostych zadań;  
zna wzory na pole równoległoboku;  
zna wzory na pole rombu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące rombów, wykorzystując wzory na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia;  
zna wzór na pole trapezu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trapezów, wykorzystując wzór na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia;

## ***Wymagania na ocenę dostateczną***

Uczeń:

potrafi stosować twierdzenie sinusów w rozwiązywaniu trójkątów;  
potrafi stosować twierdzenie cosinusów w rozwiązywaniu trójkątów;  
potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na pole trójkąta i poznane wcześniej twierdzenia;  
potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie;  
potrafi stosować twierdzenia o polach figur podobnych przy rozwiązywaniu prostych zadań;  
umie zastosować wzory na pole koła i pole wycinka koła przy rozwiązywaniu prostych zadań;

potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące czworokątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie;  
zna związek między polami figur podobnych i potrafi korzystać z tego związku, rozwiązując zadania geometryczne o niewielkim stopniu trudności.

## ***Wymagania na ocenę dobrą***

Uczeń:

potrafi stosować twierdzenie sinusów w zadaniach geometrycznych;  
potrafi stosować twierdzenie cosinusów w zadaniach geometrycznych;  
potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, stosując wzory na pola trójkątów, w tym również z wykorzystaniem poznanych wcześniej własności trójkątów;  
potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych;  
potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów i czworokątów, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i cosinusów, twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie).

## ***Wymagania na ocenę bardzo dobrą***

Uczeń:

potrafi stosować w danym zadaniu geometrycznym twierdzenie sinusów i cosinusów;  
rozwiązuje zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej (tw. Pitagorasa, tw. Talesa, tw. sinusów, tw. cosinusów, twierdzenia o kątach w kole, itp.)  
potrafi dowodzić twierdzenia, w których wykorzystuje pojęcie pola.

potrafi wyprowadzić wzór na pole równoległoboku;  
potrafi wyprowadzić wzory na pole rombu;  
potrafi wyprowadzić wzór na pole trapezu;  
potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o wysokim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów i czworokątów, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i cosinusów, twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie).

## ***Wymagania na ocenę celującą***

### **Uczeń:**

potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania.  
potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów;  
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń  
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń.

## **VII. ELEMENTY ANALIZY MATEMATYCZNEJ**

1	Granica funkcji w punkcie
2	Obliczanie granicy funkcji w punkcie
3	Granice jednostronne funkcji w punkcie
4	Granica funkcji w nieskończoności
5	Granica niewłaściwa funkcji
6	Ciągłość funkcji w punkcie
7	Ciągłość funkcji w zbiorze
8	Asymptoty wykresu funkcji
9	Pochodna funkcji w punkcie
10	Funkcja pochodna
11	Funkcja złożona. Pochodna funkcji złożonej
12	Styczna do wykresu funkcji
13	Pochodna funkcji a monotoniczność funkcji
14	Ekstrema lokalne funkcji
15	Największa i najmniejsza wartość funkcji w przedziale

## ***Wymagania na ocenę dopuszczającą***

### **Uczeń:**

uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie, również na podstawie jej wykresu  
zna i rozumie pojęcie granicy funkcji w punkcie  
oblicza granice funkcji w punkcie  
zna twierdzenia dotyczące obliczania granic w punkcie  
oblicza granice funkcji w nieskończoności  
oblicza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie  
oblicza granice niewłaściwe funkcji w punkcie  
wyznacza równania asymptot pionowych wykresu funkcji  
wyznacza równania asymptot poziomych wykresu funkcji  
zna i rozumie pojęcie funkcji ciągłej w punkcie  
korzystając z definicji, oblicza pochodną funkcji w punkcie  
zna pojęcie ilorazu różnicowego funkcji  
zna i rozumie pojęcie pochodnej funkcji w punkcie  
potrafi sprawnie wyznaczać pochodne funkcji wymiernych na podstawie poznanych wzorów  
zna i rozumie warunek konieczny istnienia ekstremum funkcji różniczkowalnej

## ***Wymagania na ocenę dostateczną***

### **Uczeń:**

uzasadnia, korzystając z definicji, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie  
oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji, które mają granice w tym punkcie  
oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie  
stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie  
sprawdza ciągłość funkcji w punkcie  
sprawdza ciągłość funkcji  
wyznacza równania asymptot ukośnych wykresu funkcji  
stosuje twierdzenia o przyjmowaniu wartości pośrednich do uzasadniania istnienia rozwiązania równania  
potrafi zbadać, czy dana funkcja jest różniczkowalna w danym punkcie (zbiorze)  
potrafi wyznaczyć równanie stycznej do wykresu danej funkcji  
potrafi zbadać monotoniczność funkcji za pomocą pochodnej  
potrafi wyznaczyć ekstrema funkcji wymiernej  
potrafi wyznaczyć najmniejszą oraz największą wartość danej funkcji wymiernej w przedziale domkniętym  
potrafi zbadać przebieg zmienności danej funkcji wymiernej i naszkicować jej wykres  
potrafi stosować rachunek pochodnych do rozwiązywania prostych zadań optymalizacyjnych

## ***Wymagania na ocenę dobrą***

### **Uczeń:**

potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące badania ciągłości funkcji w punkcie i zbiorze



stosuje twierdzenie Weierstrassa do wyznaczania wartości najmniejszej oraz największej funkcji w danym przedziale domkniętym  
 zna i potrafi stosować twierdzenie o trzech funkcjach  
 zna własności funkcji ciągłych i potrafi je stosować w rozwiązywaniu zadań twierdzenie Darboux oraz twierdzenie Weierstrassa)  
 potrafi wyznaczyć równania asymptot wykresu funkcji, we wzorze których występuje wartość bezwzględna (o ile istnieją)  
 zna związek pomiędzy ciągłością i różniczkowalnością funkcji  
 potrafi wyznaczyć przedziały monotoniczności oraz ekstrema funkcji, w której wzorze występuje wartość bezwzględna  
 potrafi stosować rachunek pochodnych w rozwiązywaniu zadań optymalizacyjnych  
 wyznacza punkt wykresu funkcji, w którym styczna do niego spełnia podane warunki  
 wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna  
 wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja miała ekstremum w danym punkcie

### ***Wymagania na ocenę bardzo dobrą***

Uczeń:

potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące różniczkowalności funkcji  
 potrafi zastosować wiadomości o stycznej do wykresu funkcji w rozwiązywaniu różnych zadań  
 potrafi stosować rachunek pochodnych do analizy zjawisk  
 potrafi wyprowadzić wzory na pochodne funkcji  
 rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności

### ***Wymagania na ocenę celującą***

Uczeń:

rozwiązuje zadania nietypowe stosując analizę matematyczną;

## **VIII. TRYGNOMETRIA**

1	Przypomnienie wiadomości z trygonometrii z klasy 1 i 2
2	Przekształcenia wykresów funkcji trygonometrycznych
3	Równania trygonometryczne
4	Funkcje trygonometryczne sumy i różnicy
5	Funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta
6	Sumy i różnice funkcji trygonometrycznych
7	Nierówności trygonometryczne
8	Pochodne funkcji trygonometrycznych

### ***Wymagania na ocenę dopuszczającą***

## Uczeń:

zna definicje funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym;  
potrafi obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków;  
potrafi korzystać z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora);  
potrafi rozwiązywać trójkąty prostokątne;  
zna wartości funkcji trygonometrycznych kątów o miarach  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ;  
wie co to jest miara łukowa kąta;  
potrafi zamieniać stopnie na radiany i radiany na stopnie  
zna definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta;  
umie podać znaki wartości funkcji trygonometrycznych w poszczególnych ćwiartkach;  
potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na drugim ramieniu kąta  
zna tożsamości i związki pomiędzy funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta;  
zna wzory redukcyjne;  
potrafi naszkicować wykres funkcji  $y = \sin x$  i omówić jej własności;  
potrafi naszkicować wykres funkcji  $y = \cos x$  i omówić jej własności;  
potrafi naszkicować wykres funkcji  $y = \operatorname{tg} x$  i omówić jej własności;  
potrafi naszkicować wykres funkcji  $y = \operatorname{ctg} x$  i omówić jej własności;  
potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując takie przekształcenia, jak: symetria osiowa względem osi  $OX$ , symetria osiowa względem osi  $OY$ , symetria środkowa, względem punktu  $(0, 0)$ , przesunięcie równoległe o dany wektor  
zna wzory na sinus i cosinus sumy/różnicy kątów i potrafi je stosować do rozwiązywania prostych zadań;  
potrafi stosować wzory na sumę/różnicę funkcji trygonometrycznych  
zna granice funkcji  $\sin x/x$  przy  $x$  dążącym do 0  
zna wzory na pochodne funkcji trygonometrycznych i umie je stosować

## Wymagania na ocenę dostateczną

### Uczeń:

potrafi obliczać wartości wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne kątów o miarach  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ;  
zna zależności między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego;  
potrafi obliczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dana jest jedna z nich;  
potrafi stosować miarę łukową i stopniową kąta  
potrafi określać w której ćwiartce układu współrzędnych leży końcowe ramię kąta, mając dane wartości funkcji trygonometrycznych tego kąta;  
potrafi stosować wzory redukcyjne w obliczaniu wartości wyrażeń;  
potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów, których końcowe ramię leży na prostej o równaniu  $y=ax$   
umie zbudować w układzie współrzędnych dowolny kąt o mierze  $a$ , gdy dana jest wartość jednej funkcji trygonometrycznej tego kąta;  
potrafi posługiwać się definicjami funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta w rozwiązywaniu zadań;  
potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest jedna z nich;  
zna i potrafi stosować wzory redukcyjne dla kątów o miarach wyrażonych w stopniach oraz radianach;  
potrafi upraszczać wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne;  
potrafi ustalać znak i porównywać wartości funkcji trygonometrycznych dla podanych kątów, korzystając z wykresów  
potrafi wyznaczyć zbiór wartości funkcji trygonometrycznej (w prostych przypadkach);  
wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych;

potrafi rozwiązywać proste równania i nierówności trygonometryczne, korzystając z wykresów odpowiednich funkcji trygonometrycznych;  
oblicza granice funkcji, w których we wzorze występują funkcje trygonometryczne  
oblicza pochodne funkcji, w których występują funkcje trygonometryczne korzystając z poznanych wzorów na sumę/różnicę/iloczyn/iloraz pochodnych

## ***Wymagania na ocenę dobrą***

### **Uczeń:**

potrafi skonstruować kąt, jeżeli dana jest wartość jednej z funkcji trygonometrycznych;  
potrafi przeprowadzać dowody tożsamości trygonometrycznych;  
potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym stosując trygonometrię kąta ostrego;  
wie, co to jest miara główna kąta skierowanego i potrafi ją wyznaczyć dla dowolnego kąta;  
potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów mając informacje pozwalające na ustalenie współrzędnych punktu znajdującego się na końcowym ramieniu kąta  
potrafi rozwiązywać zadania z zastosowaniem miary łukowej i stopniowej  
potrafi stosować podstawowe tożsamości trygonometryczne (dla dowolnego kąta, dla którego funkcje trygonometryczne są określone)  
potrafi dowodzić tożsamości trygonometryczne:  
potrafi stosować wzory redukcyjne w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności;  
potrafi zbadać, czy funkcja trygonometryczna jest parzysta (nieparzysta);  
potrafi wyznaczyć okres podstawowy funkcji trygonometrycznej;  
potrafi ustalać argumenty dla których wartości funkcji sinus i cosinus spełniają określone warunki;  
potrafi ustalać najmniejszą i największą wartość wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne;  
potrafi obliczać wartości wyrażen, w których występują funkcje trygonometryczne dowolnych kątów;  
potrafi szkicować wykresy funkcji  $y = -f(x)$  oraz  $y = f(-x)$ ;  
potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując jedno z przekształceń, jak przesunięcie wykresu o wektor oraz  $y = s \cdot f(x)$  oraz  $y = f(s \cdot x)$ , gdzie  $s \neq 0$ ;  
potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując takie przekształcenia, jak:  $y = |f(x)|$ ,  $y = f(|x|)$ ,  $y = s \cdot f(x)$  oraz  $y = f(s \cdot x)$ , gdzie  $s \neq 0$ ;  
potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych w których we wzorach występuje pierwiastek  
potrafi stosować wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzory na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzory na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta do przekształcania wyrażen trygonometrycznych;  
potrafi rozwiązywać równania i nierówności trygonometryczne z wykorzystaniem tożsamości trygonometrycznych  
potrafi obliczyć pochodne funkcji złożonych, w których występują funkcje trygonometryczne  
potrafi wyznaczyć zbiór wartości funkcji, w których wzorze występuje funkcja trygonometryczna

## ***Wymagania na ocenę bardzo dobrą***

### **Uczeń:**

potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wiedzę o figurach geometrycznych oraz trygonometrię kąta ostrego;  
potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wcześniej zdobytą wiedzę (np. wzory skróconego mnożenia) oraz trygonometrię kąta ostrego;  
potrafi rozwiązywać trudne zadania, korzystając ze wzorów redukcyjnych;  
potrafi rozwiązywać trudne zadania, wykorzystując podstawowe tożsamości trygonometryczne;  
potrafi określić zbiór wartości funkcji trygonometrycznej;  
potrafi określić dziedzinę funkcji i naszkicować jej wykres, w przypadkach gdy wzór funkcji wymaga przekształcenia;

potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując kilka przekształceń: przesunięcie wykresu o wektor oraz  $y = s \cdot f(x)$  oraz  $y = f(s \cdot x)$ , gdzie  $s \neq 0$ ;

potrafi stosować wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzory na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzory na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta do dowodzenia tożsamości trygonometrycznych;

potrafi rozwiązywać równania i nierówności trygonometryczne z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzorów na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzorów na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta;

potrafi rozwiązywać równania i nierówności trygonometryczne z wartością bezwzględną z zastosowaniem poznanych wzorów;

potrafi rozwiązywać równania/nierówności trygonometryczne w których występuje parametr

potrafi rozwiązywać zadania optymalizacyjne w których występują pochodne funkcji trygonometrycznych, równania/nierówności trygonometryczne

## ***Wymagania na ocenę celującą***

**Uczeń:**

potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod.

potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod.

potrafi rozwiązywać różne zadania z innych działów matematyki, w których wykorzystuje się wiadomości i umiejętności z trygonometrii.

potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania

## **IX. GEOMETRIA ANALITYCZNA**

<b>1</b>	<b>Powtórzenie wiadomości z geometrii analitycznej z klasy 2</b>
<b>2</b>	Wektor w układzie współrzędnych. Podział odcinka
<b>3</b>	Kąt między niezerowymi wektorami

4	Proste w układzie współrzędnych
5	Odległość punktu od prostej. Odległość między dwiema prostymi równoległymi
6	Pole trójkąta. Pole wielokąta
7	Równanie okręgu. Wzajemne położenie prostej i okręgu
8	Wzajemne położenie dwóch okręgów
9	Wybrane przekształcenia geometryczne w układzie współrzędnych

## **Wymagania na ocenę dopuszczającą**

### **Uczeń:**

zna określenie wektora w układzie współrzędnych i potrafi podać jego cechy;  
 potrafi obliczyć współrzędne wektora, mając dane współrzędne początku i końca wektora  
 potrafi wyznaczyć długość wektora (odległość między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej)  
 zna określenie wektorów równych i wektorów przeciwnych w geometrii analitycznej  
 potrafi wykonywać działania na wektorach: dodawanie, odejmowanie oraz mnożenie przez liczbę (analitycznie)  
 zna pojęcie i wzór funkcji liniowej;  
 potrafi interpretować współczynniki we wzorze funkcji liniowej (monotoniczność, położenie wykresu funkcji liniowej w ćwiartkach układu współrzędnych, zależność współrzędnych punktu przecięcia wykresu z osią y od współczynnika b);  
 potrafi sporządzić wykres funkcji liniowej danej wzorem;  
 potrafi sprawdzić algebraicznie, czy punkt o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji liniowej;  
 potrafi znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach;  
 potrafi napisać wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie;  
 zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów;  
 potrafi obliczyć długość odcinka, znając współrzędne jego końców  
 zna definicję równania kierunkowego prostej oraz znaczenie współczynników występujących w tym równaniu (w tym również związek z kątem nachylenia prostej do osi OX);  
 zna definicję równania ogólnego prostej;  
 potrafi napisać równanie ogólne prostej przechodzącej przez dwa punkty;  
 zna warunek równoległości oraz prostopadłości prostych danych równaniami kierunkowymi/ogólnymi;  
 rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej i zredukowanej;  
 potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci kanonicznej do zredukowanej;  
 potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu;  
 potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu;  
 umie sprawdzić czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej oraz zredukowanej;  
 potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg;  
 zna i umie stosować pojęcia wektorów równych i przeciwnych  
 potrafi wyznaczyć współrzędne początku/końca wektora mając dane jego współrzędne  
 zna definicję kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory  
 zna wzory na cosinus i sinus kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory  
 zna warunki na prostopadłość i równoległość wektorów  
 zna i potrafi stosować w zadaniach, wzór na odległość punktu od prostej  
 zna wzór na pole trójkąta gdy dane są jego wierzchołki  
 potrafi obliczyć odległość między dwiema prostymi równoległymi  
 rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej i zredukowanej;  
 potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu;  
 potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu;  
 umie sprawdzić czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej oraz zredukowanej;  
 potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg;

zna pojęcie stycznej, siecznej i prostej rozłącznej do okręgu  
potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów (lub stwierdzić, że okręgi nie przecinają się), gdy znane są równania tych okręgów;  
potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych;  
potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów (lub stwierdzić, że okręgi nie przecinają się), gdy znane są równania tych okręgów;  
wie, jakie przekształcenie nazywamy izometrią  
zna pojęcie jednokładności o środku  $S$  i skali  $k \neq 0$  (także w ujęciu analitycznym);

## ***Wymagania na ocenę dostateczną***

Uczeń:

potrafi obliczyć współrzędne początku wektora (końca wektora), gdy dane ma współrzędne wektora oraz współrzędne końca (początku) wektora  
potrafi stosować własności wektorów równych i przeciwnych do rozwiązywania zadań  
potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych;  
potrafi wyznaczyć miarę kąta nachylenia do osi  $OX$  prostej opisanej równaniem kierunkowym;  
potrafi napisać równanie kierunkowe prostej znając jej kąt nachylenia do osi  $OX$  i współrzędne punktu, który należy do prostej;  
potrafi napisać równanie kierunkowe prostej przechodzącej przez dane dwa punkty (o różnych odciętych);  
potrafi stosować warunek równoległości oraz prostopadłości prostych opisanych równaniami kierunkowymi/ogólnymi do wyznaczenia równania prostej równoległej/prostopadłej i przechodzącej przez dany punkt;  
potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci zredukowanej do kanonicznej;  
potrafi napisać równanie okręgu mając trzy punkty należące do tego okręgu;  
potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń);  
potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń);

potrafi stosować w zadaniach wzory na cosinus i sinus kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory  
potrafi zastosować w zadaniach warunki na prostopadłość i równoległość wektorów  
potrafi obliczyć pole trójkąta gdy dane są jego wierzchołki  
potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń)  
potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń);  
potrafi wyznaczyć równanie stycznej do okręgu;  
potrafi rozwiązywać proste zadania z wykorzystaniem wiadomości o prostych, trójkątach i okręgach;  
potrafi rozwiązywać proste zadania z zastosowaniem jednokładności.  
potrafi wyznaczyć równania okręgu w symetrii względem osi układu oraz początku układu

## ***Wymagania na ocenę dobrą***

Uczeń:

potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności  
potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące równoległości/prostopadłości prostych  
potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych;

potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o średnim stopniu trudności;

rozwiązuje zadania, dotyczące wektorów, w których występują parametry  
rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej (o średnim stopniu trudności) w rozwiązaniu których sprawnie korzysta z poznanych wzorów  
rozwiązuje zadania geometrii analitycznej w oparciu o wzór na pole trójkąta w układzie współrzędnych (np. gdy dane jest pole)  
stosuje równanie okręgu w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności  
dobiera tak wartość parametru, aby dane okręgi były styczne/rozłączne/przecinające się  
potrafi wykazać, że dane przekształcenie jest/nie jest izometrią

## ***Wymagania na ocenę bardzo dobrą***

Uczeń:

sprawdzić czy podane trzy punkty są współliniowe  
rozwiązywać trudniejsze zadania z kontekstem praktycznym dotyczące funkcji liniowej;  
potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;  
potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące punktu przecięcia prostych;  
potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o wysokim stopniu trudności;  
potrafi rozwiązać różne zadania dotyczące okręgów, w których konieczne jest zastosowanie wiadomości z różnych działów matematyki;  
potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej o podwyższonym stopniu trudności  
potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej stosując analizę matematyczną

## ***Wymagania na ocenę celującą***

Uczeń:

rozwiązuje zadania nietypowe dotyczące funkcji liniowej o podwyższonym stopniu trudności;  
potrafi wyprowadzać wzory z geometrii analitycznej (sinus i cosinus kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory; odległość punktu od prostej)

## **X. Mini matura**

Obejmuje wszystkie ujęte w wymaganiach edukacyjnych niezbędnych do otrzymania przez ucznia śródrocznej i rocznej oceny klasyfikacyjnej

**UWAGI:**

- 1. Ocenę wyższą otrzymuje uczeń spełniający łącznie wymagania edukacyjne określone dla ocen niższych np. ocenę dobrą otrzymuje uczeń spełniający wymagania edukacyjne na ocenę dopuszczającą, dostateczną oraz dobrą.**
- 2. Ocenę niedostateczną otrzymuje uczeń, który nie spełnia wymagań na poszczególne pozytywne oceny.**

- 3. W przypadku nie zrealizowania tematów lekcji (zagadnień) w I okresie będą one realizowane po klasyfikacji śródrocznej. W tym przypadku obowiązują również wymagania edukacyjne dla tych tematów (zagadnień).**